

Titre: Simulation des fuites neutroniques à l'aide d'un modèle B1
Title: hétérogène pour des réacteurs à neutrons rapides et à eau légère

Auteur: Bastien Faure
Author:

Date: 2016

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Faure, B. (2016). Simulation des fuites neutroniques à l'aide d'un modèle B1
Citation: hétérogène pour des réacteurs à neutrons rapides et à eau légère [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.
<https://publications.polymtl.ca/2162/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/2162/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Guy Marleau, & Jean-François Vidal
Advisors:

Programme: Génie énergétique
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

SIMULATION DES FUITES NEUTRONIQUES À L'AIDE D'UN MODÈLE *B1*
HÉTÉROGÈNE POUR DES RÉACTEURS À NEUTRONS RAPIDES ET À EAU
LÉGÈRE

BASTIEN FAURE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE PHYSIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLOME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE ÉNERGÉTIQUE)
JUN 2016

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

SIMULATION DES FUTES NEUTRONIQUES À L'AIDE D'UN MODÈLE *B1*
HÉTÉROGÈNE POUR DES RÉACTEURS À NEUTRONS RAPIDES ET À EAU
LÉGÈRE

présenté par : FAURE Bastien

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. HÉBERT Alain, Doctorat, président

M. MARLEAU Guy, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. VIDAL Jean-François, Ph. D., membre et codirecteur de recherche

M. BIDAUD Adrien, Doctorat, membre

DÉDICACE

A ceux qui remontent le vent . . .

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de recherche Guy Marleau de m'avoir accepté à la maîtrise et d'avoir permis la réalisation de ce projet. Il a su être à l'écoute et a été d'une grande aide tout au long de nos discussions. Je souhaite également remercier mes professeurs, Alain Hébert, Alberto Teyssedou et Jean Koclas, ainsi que tout l'équipe de l'Institut de Génie Nucléaire de Polytechnique Montréal (IGN) qui a été en support sur le plan académique et logistique, et notamment Joanne Sirois et Lyne Dénommé.

J'aimerais ensuite remercier le Laboratoire d'Etudes Physiques (LEPh), sous la direction de Cyrille de Saint-Jean, de m'avoir accueilli pour un stage de cinq mois au Commissariat à l'Energie Atomique et aux énergies alternatives (CEA) de Cadarache. Je suis particulièrement reconnaissant envers mon tuteur Jean-François Vidal pour son soutien, sa patience et sa forte disponibilité tout au long de ce stage. Je remercie également chaleureusement toute l'équipe du LEPh et notamment Pascal Archier, Jean-Marc Palau et Bénédicte Roque pour leur aide, ainsi que les stagiaires et doctorants pour la qualité du séjour. J'aimerais aussi remercier les développeurs du Service d'Etudes des Réacteurs et de Mathématiques Appliquées (SERMA), et tout particulièrement Simone Santandrea pour sa réactivité lors de nos échanges.

J'adresse par ailleurs un grand merci à mes amis à Montréal qui m'ont soutenu et épaulé lors des moments difficiles et ont partagé cette expérience humaine avec moi : Lauriane, John, Francis, Pib, Tristan, Anaïs, Hugo et ceux dont je n'ai pas la place d'écrire le nom mais qui se reconnaîtront. Mes plus belles pensées vont évidemment à Manon qui a été présente dans les moments de doute. Merci également à ma famille, support inconditionnel comme toujours, avec un clin d'oeil particulier à ma petite soeur Céline pour nos discussions par téléphone.

Je remercie enfin l'Ecole Polytechnique en France ainsi que Franck Carré qui a su m'orienter dans cette belle voie de la science qu'est la physique nucléaire.

RÉSUMÉ

Le calcul neutronique du coeur d'un réacteur s'effectue classiquement en deux étapes : la résolution de l'équation de transport pour les neutrons sur un domaine élémentaire du coeur permet dans un premier temps de générer des paramètres, sections efficaces macroscopiques et éventuellement coefficients de diffusion, qui seront utilisés dans un deuxième temps pour le calcul du réacteur au complet.

Dans la première étape, la cellule ou l'assemblage est calculé(e) en « mode fondamental », le motif étant inséré dans un réseau infini et périodique de structures identiques. Cette représentation a l'avantage de la simplicité et permet une modélisation géométrique et spectrale fine pouvant être traitée en théorie du transport au prix d'approximations minimales. Elle suppose cependant que le coeur du réacteur puisse effectivement être représenté par un réseau périodique de domaines élémentaires, ce qui est en soi une approximation importante et, en outre, ne permet pas, a priori, de traiter les échanges de neutrons entre les différents motifs ou les fuites hors du réacteur. Le modèle de fuites propose à ce stade de corriger l'équation de transport par un terme de fuites neutroniques supplémentaires permettant de rendre compte de ce phénomène.

Pour des raisons historiques, les méthodes numériques de résolution de l'équation de transport étant limitées par la puissance et la capacité des ordinateurs, le terme de fuites est classiquement modélisé par une probabilité de fuites homogène et isotrope dans un « modèle de fuites homogènes ». Portés par l'innovation technologique dans le domaine de l'informatique, des « modèles de fuites hétérogènes », plus réalistes, ont été développés et implémentés dans plusieurs codes de calcul.

Le présent travail de recherche propose d'étudier plusieurs de ces modèles et notamment le modèle TIBERE du code DRAGON-3 de l'Institut de Génie Nucléaire de Polytechnique Montréal, ainsi que le modèle développé dans le code APOLLO-3 du Commissariat à l'Energie Atomique et aux énergies alternatives. Les études effectuées sur des géométries de réacteurs à neutrons rapides et à caloporteur sodium ainsi que sur des réacteurs à eau légère ont permis de prouver l'intérêt de ces modèles par rapport à un modèle homogène. En particulier, un gain significatif sur le calcul du taux de fuites hors du réacteur, et donc sur la valeur propre K_{eff} solution de l'équation de transport, a été mis en évidence. Il a également été montré que le transport des neutrons entre zones de différentes compositions au sein du coeur est mieux représenté.

ABSTRACT

The neutronic calculation of a reactor's core is usually done in two steps. After solving the neutron transport equation over an elementary domain of the core, a set of parameters, namely macroscopic cross sections and potentially diffusion coefficients, are defined in order to perform a full core calculation.

In the first step, the cell or assembly is calculated using the « fundamental mode theory », the pattern being inserted in an infinite lattice of periodic structures. This simple representation allows a precise modeling for the geometry and the energy variable and can be treated within transport theory with minimalist approximations. However, it supposes that the reactor's core can be treated as a periodic lattice of elementary domains, which is already a big hypothesis, and cannot, at first sight, take into account neutron leakage between two different zones and out of the core. The leakage models propose to correct the transport equation with an additional leakage term in order to represent this phenomenon.

For historical reasons, numerical methods for solving the transport equation being limited by computer's features (processor speeds and memory sizes), the leakage term is, in most cases, modeled by a homogeneous and isotropic probability within a « homogeneous leakage model ». Driven by technological innovation in the computer science field, « heterogeneous leakage models » have been developed and implemented in several neutron transport calculation codes.

This work focuses on a study of some of those models, including the TIBERE model from the DRAGON-3 code developed at École Polytechnique de Montréal, as well as the heterogeneous model from the APOLLO-3 code developed at Commissariat à l'Énergie Atomique et aux énergies alternatives. The research based on sodium cooled fast reactors and light water reactors has allowed us to demonstrate the interest of those models compared to a homogeneous leakage model. In particular, it has been shown that a heterogeneous model has a significant impact on the calculation of the out of core leakage rate that permits a better estimation of the transport equation eigenvalue K_{eff} . The neutron streaming between two zones of different compositions was also proven to be better calculated.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iii
REMERCIEMENTS	iv
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT	vi
TABLE DES MATIÈRES	vii
LISTE DES TABLEAUX	xi
LISTE DES FIGURES	xiii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	xvi
LISTE DES ANNEXES	xvii
CHAPITRE 1 INTRODUCTION	1
CHAPITRE 2 ÉLÉMENTS DE NEUTRONIQUE	3
2.1 L'équation de transport	3
2.1.1 Bilan neutronique sous sa forme différentielle	3
2.1.2 Autres formes de l'équation de transport	4
2.1.3 La source neutronique	5
2.1.4 Transformation en une équation à valeurs propres	6
2.1.5 Discrétisation multigroupe	7
2.1.6 Conditions aux limites	8
2.1.7 Méthodes de résolution	9
2.2 Le calcul de réseau	14
2.2.1 Autoprotection des résonnances	15
2.2.2 Calcul de flux et modèle de fuites	18
2.2.3 Homogénéisation et condensation	19
2.2.4 Évolution isotopique	20
2.3 Le calcul de réacteur	21
2.3.1 La théorie de la diffusion	21

2.3.2	Autres méthodes	22
2.4	Méthodes de Monte Carlo pour le transport des neutrons	22
2.5	Codes de calcul utilisés	23
CHAPITRE 3 LES MODÈLES DE FUTES		24
3.1	L'hypothèse du mode fondamental	24
3.2	Le modèle de fuites homogènes	25
3.2.1	Équations $B1$ homogènes	26
3.2.2	Étude des symétries	27
3.2.3	Coefficient de fuites homogènes	28
3.2.4	Introduction dans un code de réseau	29
3.2.5	Limites du modèle homogène	30
3.3	Modèles de fuites hétérogènes	31
3.4	Formalisme hétérogène approché de Benoist	33
3.4.1	Développement en puissances du laplacien	33
3.4.2	Analyse des symétries	34
3.4.3	Approximations du modèle TIBERE	35
3.4.4	Cohérence à la limite homogène et pour une cellule homogénéisée	36
3.4.5	Equations $B1$ hétérogènes	37
3.4.6	Coefficients de fuites hétérogènes	39
3.4.7	Introduction dans un code de réseau	40
3.5	Traitement exact des fuites par la méthode des caractéristiques	40
3.5.1	Équations de la MOC avec fuites neutroniques	41
3.5.2	Modèle $B1$ homogène associé à la recherche de laplacien critique	41
3.5.3	Autre méthode	44
3.6	Homogénéisation/condensation de la section efficace de transfert d'ordre 1	44
3.6.1	Avec le modèle TIBERE	44
3.6.2	Avec le modèle de fuites hétérogènes d'APOLLO-3	45
CHAPITRE 4 SIMULATION DES FUTES POUR UN RNR-NA		46
4.1	Validations préliminaires	46
4.1.1	Calcul de cellules fissiles	47
4.1.2	Calcul d'assemblages fissiles	56
4.1.3	Calcul d'un assemblage fertile	65
4.2	Impact du modèle de fuites sur la génération des sections efficaces et des coefficients de diffusion	71
4.2.1	Cas d'un assemblage fissile	72

4.2.2	Cas d'un assemblage fissile vidangé	77
4.2.3	Cas d'un assemblage fertile	79
4.2.4	Cas d'un réflecteur axial	82
4.2.5	Cas d'un réflecteur radial	84
4.3	Calcul de coeurs	85
4.3.1	Coeur homogène	85
4.3.2	Influence de la direction du buckling	88
4.3.3	Insertion des réflecteurs	89
4.3.4	Vidange d'une zone centrale	93
4.3.5	Insertion d'un assemblage fertile au centre	95
4.3.6	Insertion d'une zone fertile centrale	96
4.4	Conclusions	99
CHAPITRE 5	SIMULATION DES FUITES POUR UN REP	101
5.1	Validations préliminaires	101
5.1.1	Cellule UOx	102
5.1.2	Cellule UOx vidangée	104
5.1.3	Comparaisons avec DRAGON-3	105
5.2	Impact du modèle de fuites et de la méthode d'homogénéisation/condensation	105
5.2.1	Cellule UOx	105
5.2.2	Cellule UOx vidangée	108
5.2.3	Temps de calcul	109
5.3	Calculs de traverses	109
5.3.1	Configuration de référence - stratégie de validation	110
5.3.2	Schéma double niveau	112
5.3.3	Effet de vidange	116
5.3.4	Ajout d'un réflecteur en eau	118
5.3.5	Comparaisons avec DRAGON-DONJON	120
5.4	Interprétation du programme EPICURE : configuration UH1.2	124
5.4.1	Coeur en configuration normale	124
5.4.2	Vidange de la zone centrale	127
5.5	Conclusions	131
CHAPITRE 6	CONCLUSION	132
RÉFÉRENCES	135

ANNEXES	139
-------------------	-----

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 4.1	Cellule 1 : composition	47
Tableau 4.2	Cellule 1 : K_{∞}	48
Tableau 4.3	Cellule 2 : composition du combustible	52
Tableau 4.4	Cellule 2 : composition des structures	53
Tableau 4.5	Cellule 2 : K_{∞}	53
Tableau 4.6	Assemblage fissile 1 : K_{∞}	57
Tableau 4.7	Assemblage fissile 2 : caractéristiques géométriques	60
Tableau 4.8	Assemblage fissile 2 : K_{∞}	60
Tableau 4.9	Assemblage fissile 2 vidangé : K_{∞}	63
Tableau 4.10	Composition isotopique U-nat	65
Tableau 4.11	Assemblage fertile 1 cartésien : K_{∞}	69
Tableau 4.12	Assemblage fissile 1 : impact du modèle de fuites sur K_{∞}	72
Tableau 4.13	Assemblage fissile 2 : impact du modèle de fuites sur K_{∞}	75
Tableau 4.14	Assemblage fissile 2 vidangé : impact du modèle de fuites sur K_{∞}	77
Tableau 4.15	Assemblage fertile 2 : impact du modèle de fuites sur K_{∞}	80
Tableau 4.16	Coeur homogène : K_{eff}	86
Tableau 4.17	Coeur homogène + réflecteurs : K_{eff}	90
Tableau 4.18	Coeur homogène + réflecteurs : $\Delta\rho$	91
Tableau 4.19	Coeur homogène + vidange centrale : K_{eff}	93
Tableau 4.20	Coeur homogène + vidange centrale : Δ^{vid}	94
Tableau 4.21	Coeur homogène + assemblage fertile : K_{eff}	95
Tableau 4.22	Coeur homogène + zone fertile : K_{eff}	97
Tableau 5.1	Cellule UOx : composition	102
Tableau 5.2	Cellule UOx : K_{∞}	103
Tableau 5.3	Cellule UOx vidangée x10 : K_{∞}	104
Tableau 5.4	Cellule UOx : K_{∞} (DRAGON-3)	105
Tableau 5.5	Cellule UOx + fuites : K_{∞} et taux de réaction	106
Tableau 5.6	Traverse : K_{eff} (référence)	111
Tableau 5.7	Traverse : K_{eff} - Effet de l'homogénéisation	112
Tableau 5.8	Traverse : K_{eff} - Effet de la condensation (20G)	113
Tableau 5.9	Traverse : K_{eff} - Effet de la condensation (8G)	113
Tableau 5.10	Traverse : taux d'absorption et de fuites	115
Tableau 5.11	Traverse vidangée : K_{eff} et effet de vidange	116

Tableau 5.12	Traverse vidangée : taux d'absorption et de fuites	117
Tableau 5.13	Traverse + réflecteur : K_{eff}	119
Tableau 5.14	Traverse : K_{eff} (D&D - diffusion)	121
Tableau 5.15	Traverse : K_{eff} (D&D - SP_3)	121
Tableau 5.16	Traverse vidangée : K_{eff} (D&D - SP_3)	122
Tableau 5.17	UH1.2-Réf. : K_{eff}	125
Tableau 5.18	UH1.2-Réf. avec fuites axiales : K_{eff}	127
Tableau 5.19	UH1.2-Vid30 : K_{eff}	128
Tableau 5.20	UH1.2-Vid50 : K_{eff}	128
Tableau 5.21	UH1.2-Vid100 : K_{eff}	128
Tableau B.1	Traverse en eau et vidangée : K_{eff} et effet de vidange	142
Tableau B.2	Traverse + réflecteur : K_{eff}	143
Tableau C.1	Temps de calculs relatifs des différentes methodes	144

LISTE DES FIGURES

Figure 4.1	Cellule 1 : modélisation DRAGON	48
Figure 4.2	Cellule 1 : spectre du flux	49
Figure 4.3	Cellule 1 : section efficace totale Σ	49
Figure 4.4	Cellule 1 : section efficace d'absorption Σ_a	49
Figure 4.5	Cellule 1 : section efficace de production $\nu\Sigma_f$	50
Figure 4.6	Cellule 2 : spectre du flux	54
Figure 4.7	Cellule 2 : section efficace totale Σ	54
Figure 4.8	Cellule 2 : section efficace d'absorption Σ_a	55
Figure 4.9	Cellule 2 : section efficace de production $\nu\Sigma_f$	55
Figure 4.10	Assemblage fissile 1 : modélisation DRAGON	56
Figure 4.11	Assemblage fissile 1 : spectre du flux	57
Figure 4.12	Assemblage fissile 1 : section efficace totale Σ	58
Figure 4.13	Assemblage fissile 1 : section efficace d'absorption Σ_a	58
Figure 4.14	Assemblage fissile 1 : section efficace de production $\nu\Sigma_f$	59
Figure 4.15	Assemblage fissile 2 : modélisation DRAGON (g) / SERPENT (d) . .	60
Figure 4.16	Assemblage fissile 2 : spectre du flux	61
Figure 4.17	Assemblage fissile 2 : section efficace totale Σ	61
Figure 4.18	Assemblage fissile 2 : section efficace d'absorption Σ_a	62
Figure 4.19	Assemblage fissile 2 : section efficace de production $\nu\Sigma_f$	62
Figure 4.20	Assemblage fissile 2 vidangé : spectre du flux	63
Figure 4.21	Assemblage fissile 2 vidangé : section efficace totale Σ	64
Figure 4.22	Assemblage fissile 2 vidangé : section efficace d'absorption Σ_a	64
Figure 4.23	Assemblage fissile 2 vidangé : section efficace de production $\nu\Sigma_f$. .	65
Figure 4.24	Assemblage fertile 1 : modélisation DRAGON (g) / SERPENT (d) .	66
Figure 4.25	Cluster fertile (7 cellules) : modélisation DRAGON (g) / SERPENT (d)	66
Figure 4.26	Réflexion d'un motif hexagonal dans DRAGON	67
Figure 4.27	Assemblage fertile 1 cartésien : modélisation DRAGON (g) / SER- PENT (d)	68
Figure 4.28	Assemblage fertile 1 cartésien : spectre du flux	69
Figure 4.29	Assemblage fertile 1 cartésien : section efficace totale Σ	70
Figure 4.30	Assemblage fertile 1 cartésien : section efficace d'absorption Σ_a	70
Figure 4.31	Assemblage fertile 1 cartésien : section efficace de production $\nu\Sigma_f$. .	71
Figure 4.32	Assemblage fissile 1 : ϕ et Σ	73

Figure 4.33	Assemblage fissile 1 : Σ_a et $\nu\Sigma_f$	73
Figure 4.34	Assemblage fissile 1 : coefficients de fuites D	74
Figure 4.35	Assemblage fissile 1 : $\phi^{\text{B1 SIGS}}/\phi^{\text{K}}$	74
Figure 4.36	Assemblage fissile 2 : ϕ et Σ	76
Figure 4.37	Assemblage fissile 2 : Σ_a et $\nu\Sigma_f$	76
Figure 4.38	Assemblage fissile 2 : coefficients de fuites D	77
Figure 4.39	Assemblage fissile 2 vidangé : ϕ et Σ	78
Figure 4.40	Assemblage fissile 2 vidangé : Σ_a et $\nu\Sigma_f$	78
Figure 4.41	Assemblage fissile 2 vidangé : coefficients de fuites D	79
Figure 4.42	Assemblage fertile 2 : modélisation DRAGON	80
Figure 4.43	Assemblage fertile 2 : ϕ et Σ	81
Figure 4.44	Assemblage fertile 2 : Σ_a et $\nu\Sigma_f$	81
Figure 4.45	Assemblage fertile 2 - : coefficients de fuites D	82
Figure 4.46	Réflecteur axial : modélisation DRAGON	83
Figure 4.47	Réflecteur axial : ϕ et Σ	83
Figure 4.48	Réflecteur axial : Σ_a et D	84
Figure 4.49	Réflecteur radial : modélisation DRAGON	85
Figure 4.50	Coeur homogène : plan des assemblages	86
Figure 4.51	Coeur homogène : spectre du flux	87
Figure 4.52	Coeur homogène : taux de fission (traverses radiales)	87
Figure 4.53	Coeur homogène : flux (traverse axiale, ASM 1)	89
Figure 4.54	Coeur homogène + réflecteurs : plan des assemblages	90
Figure 4.55	Coeur homogène + réflecteurs : spectre du flux	92
Figure 4.56	Coeur homogène + réflecteurs : taux de fission (traverses radiales)	92
Figure 4.57	Coeur homogène + vidange centrale : spectre du flux	93
Figure 4.58	Coeur homogène + vidange centrale : taux de fission (traverses radiales)	94
Figure 4.59	Coeur homogène + assemblage fertile : spectre du flux	96
Figure 4.60	Coeur homogène + assemblage fertile : taux de fission (traverse axiale, ASM 2)	96
Figure 4.61	Coeur homogène + zone fertile : plan des assemblages	97
Figure 4.62	Coeur homogène + zone fertile : spectre du flux	98
Figure 4.63	Coeur homogène + zone fertile : taux de fission (traverse radiale)	98
Figure 4.64	Coeur homogène + zone fertile : taux de fission (traverse axiale, ASM 8)	99
Figure 5.1	Cellule UOx : maillage moulin à vent (MAV)	103
Figure 5.2	Cellule UOx : spectres du flux et du courant de fuites	108
Figure 5.3	Traverse : géométrie de référence	110

Figure 5.4	Traverse : taux de fission (référence)	111
Figure 5.5	Traverse : taux de fission	115
Figure 5.6	Traverse vidangée : taux de fission	118
Figure 5.7	Traverse + réflecteur : géométrie de référence	118
Figure 5.8	Traverse + réflecteur : taux de fission	120
Figure 5.9	Traverse : taux de fission (D&D - SP_3)	123
Figure 5.10	Traverse vidangée : taux de fission (D&D - SP_3)	123
Figure 5.11	Configuration UH1.2 (EPICURE) : géométrie de référence	125
Figure 5.12	UH1.2-Réf. avec fuites axiales : taux de fission (Δ_r)	127
Figure 5.13	UH1.2-Vid30 avec fuites axiales : taux de fission (Δ_r)	129
Figure 5.14	UH1.2-Vid50 avec fuites axiales : taux de fission (Δ_r)	130
Figure 5.15	UH1.2-Vid100 avec fuites axiales : taux de fission (Δ_r)	130
Figure B.1	Traverse vidangée : taux de fission	142

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

ASTRID	Advanced Sodium Technological Reactor for Industrial Demonstration
CANDU	Canada Deuterium Uranium (reactor)
CEA	Commissariat à l’Energie Atomique et aux énergies alternatives
EDF	Electricité De France
EPR	European Pressurized Reactor
IGN	Institut de Génie Nucléaire de Polytechnique Montréal
LEPh	Laboratoire d’Etudes Physiques
MAV	Moulin à vent
MOC	Méthode des caractéristiques
REP	Réacteur à eau sous pression
RNR-Na	Réacteur à neutrons rapides et à caloporteur sodium
SERMA	Service d’Etudes des Réacteurs et de Mathématiques Appliquées
TH	Tube hexagonal

LISTE DES ANNEXES

Annexe A	Probabilités de première collision pour TIBERE 2	139
Annexe B	Homogénéisation et condensation par les moments du flux	141
Annexe C	Coûts relatifs des différentes méthodes	144
Annexe D	Maillages énergétiques	145
Annexe E	Section efficace microscopique totale du Na23	147

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

Le contexte actuel de réchauffement climatique, de raréfaction des ressources fossiles et d'augmentation de la population mondiale nous pousse aujourd'hui à repenser nos modes de production et de consommation. Dans le domaine de l'énergie en particulier, l'enjeu est de répondre aux besoins planétaires tout en limitant notre impact sur l'environnement. L'énergie nucléaire, en tant que moyen de production à faible coût carboné, est un candidat très sérieux pour relever ces défis, et ce d'autant plus que les nouvelles technologies, et notamment les réacteurs à neutrons rapides, devraient permettre une meilleure gestion de la ressource uranium et des déchets nucléaires.

Au niveau mondial, ce potentiel a été relevé par de nombreux pays. En particulier, les deux plus grandes puissances émergentes que sont la Chine et l'Inde misent sur cette énergie pour assurer leur développement. C'est également le cas des pays pétroliers comme l'Arabie Saoudite et les Émirats-Arabs-Unis qui diversifient leur production énergétique. Dans le monde occidental, certains pays ont déjà une importante capacité nucléaire sur leur sol et des projets sont à l'étude pour promouvoir cette énergie et remplacer les installations vieillissantes. C'est notamment le cas du Canada, des États-Unis et de certains pays européens. La France en particulier prévoit le développement d'une quatrième génération de réacteurs nucléaires, avec des projets de réacteurs à eau, comme l'European Pressurized Reactor (EPR), et à neutrons rapides, avec le prototype ASTRID. D'autres pays consolident également leur programme nucléaire, comme par exemple le Brésil, l'Afrique du Sud, la Corée du Sud ou bien la Russie. Ainsi, le XXI^{ème} siècle devrait être témoin d'un essor de l'énergie nucléaire.

Cependant, de par la nature des matières manipulées qui présentent un risque pour l'environnement et la santé, ce développement doit s'appuyer sur un effort scientifique soutenu visant constamment à améliorer le niveau de la connaissance et la maîtrise des technologies. Cela passe notamment par un besoin croissant en outils de simulation performants qui reposent sur des modèles physiques de plus en plus sophistiqués, dont l'utilisation est rendue possible par l'innovation technologique en informatique.

En physique des réacteurs, cet effort doit en particulier porter sur les trois grandes branches principales de cette science que sont la thermohydraulique, la thermomécanique du combustible et des structures et la neutronique. Cette dernière composante, qui constitue le cadre général dans lequel s'inscrit ce travail de recherche, s'intéresse au comportement des neutrons dans un réacteur. Ce comportement, qui détermine les réactions nucléaires qui ont lieu et donc, au premier ordre, la distribution de température ainsi que l'évolution du système,

est prédit par la résolution de l'équation de transport pour les neutrons. Cette résolution, effectuée numériquement, est très complexe et la modélisation exacte d'un réacteur au complet reste aujourd'hui encore hors de portée pour des calculs de routine. Elle s'effectue donc en deux étapes : après la résolution de l'équation de transport sur un domaine élémentaire avec une représentation spatiale et spectrale fine, des paramètres d'intérêt sont définis pour calculer le réacteur en mailles larges et avec un nombre réduit de groupes d'énergies.

Pour ce faire, on suppose donc que le réacteur peut être modélisé par un réseau de domaines élémentaires, cellules ou assemblages, introduits dans la première étape. Le modèle de fuites, thème central de ce projet de maîtrise, intervient à ce stade pour simuler des fuites neutroniques dans un réseau périodique infini. Ces fuites sont censées représenter la situation réelle en coeur dans laquelle des neutrons fuient hors de la géométrie ou d'une zone à l'autre en présence d'hétérogénéités. Classiquement, les fuites neutroniques sont prises en compte par un modèle homogène et la probabilité de fuites est supposée homogène et isotrope sur le motif élémentaire, ce qui constitue une approximation a priori grossière.

Tirant parti de l'augmentation de la puissance et de la capacité de stockage des ordinateurs portée par l'innovation en informatique précédemment mentionnée, des modèles de fuites « hétérogènes » plus réalistes ont été développés. Ce travail de recherche propose d'étudier certains de ces modèles et de valider les éventuelles améliorations qu'ils peuvent apporter par rapport à un modèle homogène pour prédire le comportement d'un réacteur nucléaire. En particulier, le modèle de fuites hétérogènes approché de DRAGON-3, code de transport développé à l'École Polytechnique de Montréal, ainsi que le modèle « exact » d'APOLLO-3 au CEA seront utilisés et comparés. L'enjeu est donc de montrer que la plus grande complexité de ces modèles, qui engendre des coûts informatiques supplémentaires en ressources et en temps de calcul, est justifiée en regard de la meilleure prédictabilité du comportement des neutrons qu'ils permettent.

Après un rappel assez exhaustif des bases de neutronique nécessaires à la compréhension de ce travail dans le chapitre 2, nous présentons dans le chapitre 3 la théorie des modèles de fuites. Nous insisterons en particulier sur les différences entre le modèle homogène et les modèles hétérogènes étudiés, des éléments de bibliographie étant donnés pour le lecteur intéressé par d'autres modèles proposés dans la littérature. Le chapitre 4 quant à lui porte sur une étude numérique du modèle de fuites hétérogènes de DRAGON-3 pour des réacteurs à neutrons rapides et à caloporteur sodium (RNR-Na) tandis que dans le chapitre 5 nous nous intéressons au cas des réacteur à eau sous pression (REP) avec le formalisme développé dans APOLLO-3. Des éléments de comparaisons entre les modèles sont donnés.

CHAPITRE 2 ÉLÉMENTS DE NEUTRONIQUE

Nous rappelons ici les principaux éléments de neutronique nécessaires à la compréhension de ce travail de recherche.

2.1 L'équation de transport

2.1.1 Bilan neutronique sous sa forme différentielle

L'équation de transport régissant la distribution de la population neutronique dans un réacteur peut être établie à l'aide d'un bilan de neutrons, au temps t , dans un hypercube \mathcal{C} de volume $d^3r \, dE \, d^2\Omega$ autour du point de l'espace des phases $(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$.

Pour cela, on énonce que le taux de variation de la densité neutronique dans \mathcal{C} est égal au nombre de particules créées en son sein, auquel il faut retrancher les neutrons qui disparaissent à la suite de réactions nucléaires et ajouter le flux algébrique de particules pénétrant à travers sa frontière matérielle. Ce bilan permet d'arriver à l'équation de transport de Boltzmann sous sa forme différentielle (Hébert (2009)) :

$$\frac{1}{V_n} \frac{\partial}{\partial t} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + \Sigma(\vec{r}, E, t) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad (2.1)$$

Dans cette équation,

- V_n est la norme de la vitesse des neutrons, associée à l'énergie $E = \frac{1}{2}m_n V_n^2$ avec m_n la masse du neutron,
- $\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) V_n$ est le flux neutronique angulaire au temps t , proportionnel à la densité neutronique $n(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$,
- $\Sigma(\vec{r}, E, t)$ est la section efficace macroscopique totale de la matière,
- $Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ est la densité de source neutronique (neutrons créés dans \mathcal{C} par unité de temps et de volume).

Cette équation a été obtenue en considérant que les neutrons ne sont pas relativistes, n'interagissent pas entre eux et se déplacent en ligne droite entre deux collisions. Par ailleurs, la matière est supposée isotrope et les noyaux à l'équilibre thermique.

En pratique, les codes de calculs s'intéressent souvent à la résolution de l'équation de trans-

port sous sa forme stationnaire :

$$\boxed{\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega})} \quad (2.2)$$

2.1.2 Autres formes de l'équation de transport

L'équation de transport peut également se mettre sous d'autres formes, qui peuvent se révéler utiles en fonction de la méthode de résolution adoptée par le neutronicien.

Forme caractéristique

On appelle « caractéristique » Γ une droite de direction $\vec{\Omega}$ correspondant à une trajectoire possible d'un neutron. La position du neutron le long de cette droite peut alors être paramétrée à partir d'une position $\vec{r} \in \Gamma$ par $\vec{r} - s\vec{\Omega}$. L'équation (2.2) peut alors se reformuler sous sa forme dite « caractéristique » :

$$-\frac{d}{ds} \phi(\vec{r} - s\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma(\vec{r} - s\vec{\Omega}, E) \phi(\vec{r} - s\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}) = Q(\vec{r} - s\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}) \quad (2.3)$$

Forme intégrale

La dernière forme de l'équation de transport est obtenue en intégrant (2.3) le long d'une caractéristique. Elle s'écrit

$$\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = e^{-\tau(b, E)} \phi(\vec{r}_f, E, \vec{\Omega}) + \int_0^b ds e^{-\tau(s, E)} Q(\vec{r} - s\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}) \quad (2.4)$$

sur un domaine borné, où \vec{r}_f est le point d'entrée de la caractéristique dans ce domaine et $b = |\vec{r} - \vec{r}_f|$.

Sur un domaine infini elle se formule selon

$$\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \int_0^{+\infty} ds e^{-\tau(s, E)} Q(\vec{r} - s\vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}) \quad (2.5)$$

Pour prendre en compte l'atténuation de la densité neutronique le long de Γ , nous avons introduit le parcours optique τ :

$$\tau(s, E) = \int_0^s ds' \Sigma(\vec{r} - s'\vec{\Omega}, E) \quad (2.6)$$

2.1.3 La source neutronique

La source neutronique $Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ comporte un terme de diffusion $Q_s(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$, un terme de production par fissions induites $Q_{\text{fiss}}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ ainsi qu'éventuellement un terme de source externe $S(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ regroupant les réactions de fissions spontanées, les réactions (α, n) , ... Le processus de fission étant généralement considéré isotrope, on remplace la source angulaire de fission par sa moyenne sur 4π et on obtient l'expression de la source :

$$\boxed{Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = Q_s(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \frac{1}{4\pi} Q_{\text{fiss}}(\vec{r}, E) + S(\vec{r}, E, \vec{\Omega})} \quad (2.7)$$

Pour obtenir l'expression de la source de diffusion, il faut sommer les taux de réactions qui envoient les neutrons d'un domaine $dE' d^2\Omega'$ autour de (E', Ω') dans le domaine $dE d^2\Omega$ autour de (E, Ω) . Pour cela on introduit la section efficace différentielle de diffusion $\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$ qui correspond à la densité de probabilité qu'un neutron incident d'énergie E' et de direction $\vec{\Omega}'$ soit diffusé dans la direction $\vec{\Omega}$, avec l'énergie E . On a alors :

$$Q_s(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \int_{4\pi} d^2\Omega' \int_0^{+\infty} dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \quad (2.8)$$

La source de fission est obtenue en sommant les taux de production de neutrons par fission sur les différents isotopes fissiles j . Si l'on considère que l'énergie des neutrons produits à la suite d'une fission ne dépend pas de l'énergie du neutron incident, on a alors :

$$Q_{\text{fiss}}(\vec{r}, E) = \sum_j \chi_j(E) \int_0^{+\infty} dE' \nu_j(\vec{r}, E') \Sigma_{f,j}(\vec{r}, E') \phi(\vec{r}, E') \quad (2.9)$$

avec

- $\Sigma_{f,j}(\vec{r}, E')$: section efficace macroscopique de fission de l'isotope j ,
- $\nu_j(\vec{r}, E')$: nombre moyen de neutrons émis par fission pour l'isotope j ,
- $\chi_j(E)$: spectre moyen en énergie des neutrons secondaires de fission (normalisé à 1),
- $\phi(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} d^2\Omega \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$: flux intégré (ou scalaire).

Notons que, puisque nous considérons un régime stationnaire, nous n'effectuons pas la distinction entre neutrons prompts et neutrons retardés.

Par ailleurs, si l'on suppose que les milieux sont isotropes, on montre que la section efficace différentielle de diffusion ne dépend que du produit scalaire $\mu = \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}'$ (Hébert (2009)) et on

peut alors la développer en polynômes de Legendre P_l :

$$\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) = \frac{1}{2\pi} \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \mu) = \sum_{l=0}^L \frac{2l+1}{4\pi} \Sigma_{s,l}(\vec{r}, E' \rightarrow E) P_l(\mu) \quad (2.10)$$

avec

$$\Sigma_{s,l}(\vec{r}, E' \rightarrow E) = \int_{-1}^1 d\mu \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \mu) P_l(\mu) \quad (2.11)$$

Dans la pratique, on se limite à l'ordre $L = 0$ avec une correction de transport ou à l'ordre $L = 1$. En présence de forts gradients de flux, $L = 3$ est recommandé. Dans le cas où $L = 1$, Σ_s s'écrit :

$$\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \Sigma_{s,0}(\vec{r}, E' \rightarrow E) + \frac{3}{4\pi} \Sigma_{s,1}(\vec{r}, E' \rightarrow E) \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega} \quad (2.12)$$

Par la suite, nous oublions la somme sur les isotopes j dans l'expression de Q_{fiss} afin de simplifier les notations et notons :

$$Q_{\text{fiss}}(\vec{r}, E) = \chi(E) \int_0^{+\infty} dE' \nu(\vec{r}, E') \Sigma_f(\vec{r}, E') \phi(\vec{r}, E') \quad (2.13)$$

2.1.4 Transformation en une équation à valeurs propres

Dans bon nombre d'applications de la physique des réacteurs et notamment lorsque le réacteur est en fonctionnement normal, le terme de source externe $S(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ peut être négligé devant le terme de productions par fissions dans l'expression (2.7). Lors des modélisations, on introduit alors un paramètre artificiel K qui permet d'ajuster la quantité de neutrons produits par fissions pour assurer la stationnarité. La source neutronique s'écrit alors :

$$Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = Q_s(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \frac{1}{4\pi K} Q_{\text{fiss}}(\vec{r}, E) \quad (2.14)$$

Avec l'expression de la source neutronique (2.14), l'équation de transport stationnaire devient une équation à valeurs propres de la forme :

$$A\phi = \frac{1}{K} F\phi \quad (2.15)$$

avec

$$A\phi = \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) - Q_s(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (2.16)$$

et

$$F\phi = \frac{1}{4\pi} Q_{\text{fiss}}(\vec{r}, E) \quad (2.17)$$

La résolution de l'équation (2.15) sur un domaine V borné par des conditions aux limites fournit un ensemble discret de valeurs propres K_i , associées aux fonctions propres ϕ_i , appelées harmoniques.

La valeur propre maximale est appelée facteur de multiplication effectif K_{eff} (ou coefficient de multiplication infini K_{∞} si l'on ne prend pas en compte la taille finie du système). Elle est représentative du facteur par lequel est multipliée la population neutronique entre deux générations de neutrons, une génération correspondant à la durée moyenne de vie d'un neutron entre sa production par fission et sa disparition par absorption ou fuite. On montre que cette valeur propre est réelle, positive et non-dégénérée.

Le mode propre fondamental associé est alors la seule solution qui ait un sens physique puisque c'est la seule qui ne change pas de signe sur le domaine V (Hébert (2009)). Il est représentatif du flux réel dans le système.

L'écart de K_{eff} à 1 permet alors de caractériser l'écart à la criticité (i.e. à la stationnarité). Plus précisément, si $K_{\text{eff}} > 1$ (resp. $K_{\text{eff}} < 1$) le système est dit sur-critique (resp. sous-critique) et la population neutronique croît (resp. décroît) exponentiellement. Si $K_{\text{eff}} = 1$, le système est critique.

2.1.5 Discrétisation multigroupe

Nous avons présenté jusqu'ici les équations sur un continuum d'énergie. Dans la plupart des cas cependant, l'énergie est traitée par un formalisme matriciel multigroupe qui s'adapte bien aux méthodes numériques. Ainsi, le domaine énergétique est découpé en G sous intervalles (ou groupes) et les différentes fonctions de l'énergie sont remplacées par des valeurs moyennes sur ces groupes.

Si l'on note

$$0 < E_{G+1} < E_G < \dots < E_1 < +\infty \quad (2.18)$$

alors les flux angulaires et intégrés multigroupes des groupes $g \in [1, G]$ sont définis par

$$\phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_{E_{g+1}}^{E_g} dE \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (2.19)$$

et

$$\phi^g(\vec{r}) = \int_{E_{g+1}}^{E_g} dE \phi(\vec{r}, E) = \int_{4\pi} d^2\Omega \phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (2.20)$$

Les sections efficaces multigroupes sont alors obtenues par des moyennes pondérées de façon à préserver au mieux les taux de réactions.

En fonction de l'étape à laquelle on se trouve dans le calcul du réacteur, les fonctions de pondération sont différentes (fabrication des bases de données d'entrées, calcul des sections efficaces autoprotégées, condensation énergétique...). Par exemple, si l'on suppose qu'à basse énergie la distribution énergétique des neutrons suit un spectre de Maxwell, on pourra utiliser ce spectre pour calculer les sections efficaces des groupes thermiques.

Ainsi, en notant ϕ la fonction de pondération, les sections efficaces multigroupes s'écrivent :

$$\Sigma^g(\vec{r}) = \frac{1}{\phi^g(\vec{r})} \int_{E_{g+1}}^{E_g} dE \Sigma(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E) \quad (2.21)$$

Pour la section efficace de transfert multigroupe, on opère une double condensation sur les énergies de départ et d'arrivée :

$$\Sigma_s^{g' \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) = \frac{1}{\phi^{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}')} \int_{E_{g+1}}^{E_g} dE \int_{E_{g'+1}}^{E_{g'}} dE' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \phi(\vec{r}, \vec{\Omega}', E') \quad (2.22)$$

Par ailleurs, le spectre des neutrons de fissions est obtenu par :

$$\chi^g = \int_{E_{g+1}}^{E_g} dE \chi(E) \quad (2.23)$$

Avec ces définitions, l'équation (2.2) prend la forme

$$\boxed{\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma^g(\vec{r}) \phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = Q^g(\vec{r}, \vec{\Omega})} \quad (2.24)$$

avec, pour le problème à valeurs propres par exemple

$$Q^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{g'} \int_{4\pi} d^2\Omega' \Sigma_s^{g' \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \phi^{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') + \frac{\chi^g}{4\pi K} \sum_{g'} \nu \Sigma_f^{g'}(\vec{r}) \phi^{g'}(\vec{r}) \quad (2.25)$$

2.1.6 Conditions aux limites

Afin de déterminer la solution de l'équation de Boltzmann (à sources (2.2) ou à valeurs propres (2.15)), il est nécessaire de munir le problème de conditions aux limites.

Condition d'albédo

Il s'agit d'une réflexion spéculaire (miroir) des neutrons sur la surface considérée S , de normale unitaire sortante \vec{N} . Le flux rentrant dans la direction $\vec{\Omega}$ en $\vec{r}_f \in S$ s'écrit en fonction du flux

sortant de direction $\vec{\Omega}'$ selon :

$$\phi^g(\vec{r}_f, \vec{\Omega}) = \beta \phi^g(\vec{r}_f, \vec{\Omega}') \quad (2.26)$$

avec

$$\vec{\Omega} = \vec{\Omega}' - 2|\vec{N} \cdot \vec{\Omega}'|\vec{N} \quad (2.27)$$

et $\beta \in [0, 1]$. Ainsi, $\beta = 0$ correspond à une condition de vide tandis que $\beta = 1$ correspond à une réflexion spéculaire totale.

Condition de translation

Cette condition est utile dans le cas d'un réseau périodique. Pour une cellule convexe, on note \vec{r}_1 et \vec{r}_2 les deux points d'intersection d'une caractéristique de direction $\vec{\Omega}$ et de la frontière du domaine. On a alors :

$$\phi^g(\vec{r}_1, \vec{\Omega}) = \phi^g(\vec{r}_2, \vec{\Omega}) \quad (2.28)$$

Condition de réflexion blanche

Il s'agit d'une réflexion isotrope des neutrons traversant la frontière, qui sont alors réémis à l'intérieur du domaine dans la direction $\vec{\Omega}$ telle que $\vec{\Omega} \cdot \vec{N}$ suive une distribution cosinusoidale avec \vec{N} la normale sortante à la surface.

2.1.7 Méthodes de résolution

Depuis la naissance de la physique des réacteurs, plusieurs méthodes de résolution de l'équation de transport multigroupes (2.24) ont vu le jour. Nous allons ici présenter l'algorithme général ainsi que les principales méthodes déterministes permettant de traiter le problème. Nous laissons de côté volontairement les méthodes stochastiques et la théorie de la diffusion, que nous développerons plus tard.

Algorithme général

De manière classique, l'équation de transport est résolue sous sa forme multigroupe via un processus itératif.

Dans un premier temps, le flux ϕ est initialisé ainsi que la source de fission $F\phi$. Si l'on s'intéresse au problème à valeurs propres 2.15, la valeur propre K est également initialisée (en général à 1). Une **itération externe** (indice e) peut commencer.

Au sein de chaque itération externe, une équation monoénergétique est résolue pour chaque groupe d'énergie : il s'agit des **itérations internes** (indice i). Cela est fait dans le sens du ralentissement des neutrons (du groupe 1 vers le groupe G) en calculant la source de diffusion Q_s^g et en inversant l'opérateur A du groupe concerné (noté ici A^g), soit :

$$\phi_{i+1}^g = \frac{1}{K_e} (A^g)^{-1} F \phi_i \quad (2.29)$$

Une fois que l'on obtient une valeur convergée pour ϕ^g , la source du groupe $g + 1$ est mise à jour et ϕ^{g+1} est calculée avec des itérations internes. Si l'on suppose que les neutrons peuvent remonter le domaine énergétique (ce qui est vrai notamment dans les groupes thermiques où les neutrons sont quasiment à l'équilibre avec le milieu), des itérations de « up-scattering » sont nécessaires.

La descente du spectre accomplie, une **itération thermique** est terminée. Pour un problème à sources, une nouvelle itération thermique peut commencer. Pour un problème à valeurs propres, celle-ci est mise à jour à partir des sources de fission

$$K_{e+1} = K_e \frac{F \phi_{e+1}}{F \phi_e} \quad (2.30)$$

ce qui signe la fin d'une itération externe. Une nouvelle itération externe peut alors commencer, et ce jusqu'à la convergence.

Notons qu'il est possible de montrer que, dans le cas du problème à valeurs propres, cet algorithme converge vers le couple $\{K, \phi\}$ du mode fondamental, c'est-à-dire celui qui nous intéresse.

Ainsi, la résolution du problème passe par une suite de résolutions de problèmes mono-énergétiques à sources. La difficulté est alors d'inverser l'opérateur A , ce qui est fait de manière plus ou moins exacte dans les méthodes que nous allons présenter.

Méthode des probabilités de première collision

Elle repose sur la résolution de la forme intégrale de l'équation de Boltzmann en supposant l'isotropie de la source. Elle se formule sur un domaine fini en partant de l'équation (2.4) ou alors sur un domaine infini (équation (2.5)). C'est ce second cas que nous allons illustrer en s'inspirant de Hébert (2009).

En intégrant la formulation multigroupe de (2.5) sur l'angle solide avec une source isotrope

on obtient :

$$\phi^g(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d^2\Omega \int_0^{+\infty} ds e^{-\tau^g(s)} Q^g(\vec{r} - s\vec{\Omega}) \quad (2.31)$$

En opérant le changement de variables $\vec{r}' = \vec{r} - s\vec{\Omega}$ avec $d^3r' = s^2 d^2\Omega ds$, on a :

$$\phi^g(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\infty} d^3r' \frac{e^{-\tau^g(s)}}{s^2} Q^g(\vec{r}') \quad (2.32)$$

Si l'on considère un réseau infini de cellules identiques, chaque cellule étant constituée de régions V_i , et que l'on suppose que la source est uniforme sur chaque région

$$Q^g(\vec{r}) = Q_i^g \quad \text{si } \vec{r} \in V_i \quad (2.33)$$

on peut alors multiplier (2.32) par $\Sigma^g(\vec{r})$ puis l'intégrer sur un volume V_j pour obtenir

$$\int_{V_j} d^3r \Sigma^g(\vec{r}) \phi^g(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{V_j} d^3r \Sigma^g(\vec{r}) \sum_i Q_i^g \int_{V_i^\infty} d^3r' \frac{e^{-\tau^g(s)}}{s^2} \quad (2.34)$$

ou V_i^∞ est l'union des régions V_i contenues dans toutes les cellules du réseau. En notant

$$\phi_j^g = \frac{1}{V_j} \int_{V_j} d^3r \phi^g(\vec{r}) \quad (2.35)$$

$$\Sigma_j^g = \frac{1}{V_j \phi_j^g} \int_{V_j} d^3r \Sigma^g(\vec{r}) \phi^g(\vec{r}) \quad (2.36)$$

et

$$P_{ij}^g = \frac{1}{4\pi V_i} \int_{V_i^\infty} d^3r' \int_{V_j} d^3r \Sigma^g(\vec{r}) \frac{e^{-\tau^g(s)}}{s^2} \quad (2.37)$$

on a

$$\boxed{V_j \Sigma_j^g \phi_j^g = \sum_i Q_i^g V_i P_{ij}^g} \quad (2.38)$$

P_{ij}^g est la probabilité qu'un neutron né uniformément et de manière isotrope dans une région V_i du réseau subisse sa première collision dans le volume V_j de la cellule considérée.

Si la section efficace totale est uniforme sur chaque région, il est possible de simplifier le processus en calculant des probabilités de collisions réduites :

$$p_{ij}^g = \frac{P_{ij}^g}{\Sigma_j^g} = \frac{1}{4\pi V_i} \int_{V_i^\infty} d^3r' \int_{V_j} d^3r \frac{e^{-\tau^g(s)}}{s^2} \quad (2.39)$$

Pour un domaine fini, les probabilités de collision sont calculées en intégrant uniquement sur

le volume i de la cellule considérée et cette dernière est couplée au reste du monde via des probabilités de transmission et de pénétration à travers sa surface (voir partie 3.4.5 et annexe A).

La technique des probabilités de première collision consiste alors à calculer la matrice des probabilités de collisions puis le flux intégré sur les différentes régions à l'aide de (2.38).

Remarque : l'erreur que l'on commet en faisant l'hypothèse d'isotropie de la source est en partie corrigée par la « correction de transport », qui propose de modifier la section efficace totale Σ et le premier moment de la section efficace différentielle de diffusion $\Sigma_{s,0}$ de façon à prendre en compte certains effets de transport anisotropes. Des détails sont donnés dans Hébert (2009).

Méthode des caractéristiques

La méthode des caractéristiques (MOC) propose une résolution exacte de l'équation de transport le long d'une caractéristique Γ à partir de la forme intégrale (2.4). Elle permet ainsi d'obtenir les flux angulaires multigroupes. Les développements qui suivent sont tirés de Graziano (2015).

En partant de la formulation multigroupe de (2.4)

$$\phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = e^{-\tau^g(b)} \phi^g(\vec{r}_f, \vec{\Omega}) + \int_0^b ds e^{-\tau^g(s)} Q^g(\vec{r} - s\vec{\Omega}, \vec{\Omega}) \quad (2.40)$$

où \vec{r}_f est sur la frontière et $b = |\vec{r} - \vec{r}_f|$, on suppose alors que la source est constante sur chaque région r , c'est-à-dire

$$Q_r^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = Q_r^g(\vec{\Omega}) \theta_r \quad (2.41)$$

avec θ_r la fonction caractéristique de la région r . Une hypothèse identique est faite pour les sections efficaces.

On a alors

$$\phi_r^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \phi_r^g(\vec{r}_f, \vec{\Omega}) e^{-\Sigma_r^g b} + Q_r^g(\vec{\Omega}) \int_{s=0}^b ds e^{-\Sigma_r^g s} \quad (2.42)$$

$$= \phi_r^g(\vec{r}_f, \vec{\Omega}) e^{-\Sigma_r^g b} + Q_r^g(\vec{\Omega}) \beta_r^g(b, \vec{\Omega}) \quad (2.43)$$

avec

$$\beta_r^g(b, \vec{\Omega}) = \frac{1 - e^{-\Sigma_r^g b}}{\Sigma_r^g} \quad (2.44)$$

On peut alors calculer le flux sortant en fonction du flux entrant dans la région r sur la caractéristique Γ (équation de transmission) :

$$\boxed{\phi_{r,\text{out}}^g(\Gamma, \vec{\Omega}) = \phi_{r,\text{in}}^g(\Gamma, \vec{\Omega}) e^{-\Sigma_r^g R_\Gamma} + Q_r^g(\vec{\Omega}) \beta_r^g(R_\Gamma, \vec{\Omega})} \quad (2.45)$$

où R_Γ est la largeur de la région r le long de Γ .

Pour obtenir le flux angulaire dans chaque région, on intègre (2.24) sur une région r de volume V_r et de surface S (normale unitaire sortante \vec{N}) :

$$V_r \Sigma_r^g \phi_r^g(\vec{\Omega}) = V_r Q_r^g(\vec{\Omega}) - \int_S d^2 S \vec{\Omega} \cdot \vec{N} \phi_r^g(\vec{\Omega}) \quad (2.46)$$

En remplaçant l'intégrale à droite par une somme discrète

$$\int_S d^2 S \vec{\Omega} \cdot \vec{N} \phi_r^g(\vec{\Omega}) = - \sum_{\Gamma_{\vec{\Omega}}} S_\perp \left(\phi_{r,\text{in}}^g(\Gamma, \vec{\Omega}) - \phi_{r,\text{out}}^g(\Gamma, \vec{\Omega}) \right) \quad (2.47)$$

avec S_\perp le support de la trajectoire et $\sum_{\Gamma_{\vec{\Omega}}}$ la somme sur les trajectoires de direction $\vec{\Omega}$, on obtient l'équation de bilan :

$$\boxed{\phi_r^g(\vec{\Omega}) = \frac{1}{\Sigma_r^g} \left(Q_r^g(\vec{\Omega}) + \frac{1}{V_r} \sum_{\Gamma_{\vec{\Omega}}} S_\perp \left(\phi_{r,\text{in}}^g(\Gamma, \vec{\Omega}) - \phi_{r,\text{out}}^g(\Gamma, \vec{\Omega}) \right) \right)} \quad (2.48)$$

La méthode des caractéristiques consiste alors à balayer les caractéristiques pour obtenir les valeurs des flux sortants en fonction des flux entrants dans chaque région r grâce à (2.45). Les flux angulaires sont ensuite obtenus avec l'équation (2.48).

Le balayage des caractéristiques est fait via la procédure de « tracking », qui est aussi utilisée pour l'intégration spatiale des probabilités de collision de la partie précédente.

Remarque : l'hypothèse de source constante (équation (2.41)) peut être modifiée pour donner des schémas d'ordres supérieurs (source linéaire dans APOLLO-2, source polynômiale pour le MOC 3D dans APOLLO-3 (Sciannandrone (2015) ...)).

Méthode des ordonnées discrètes

Aussi appelée méthode S_N , elle consiste à discrétiser la variable angulaire en un nombre fini de directions $\vec{\Omega}_n$. Ces directions sont choisies de façon à conserver un nombre fini d'intégrales

de polynômes de $\vec{\Omega}$ (voir Hébert (2009)). Un jeu de directions constitue une quadrature.

En appliquant cette discrétisation à la formulation intégral-différentielle de l'équation de transport (2.2), on obtient :

$$\boxed{\left(\vec{\Omega}_n \cdot \vec{\nabla} + \Sigma^g(\vec{r})\right) \phi_n^g(\vec{r}) = Q_n^g(\vec{r})} \quad (2.49)$$

qui peut alors être résolue pour chaque direction n avec une méthode d'intégration spatiale classique (différences finies, éléments finis ...).

Méthode des harmoniques sphériques

Cette méthode, appelée méthode P_N , consiste à développer le flux angulaire en harmoniques sphériques dans l'équation de transport. En projetant l'équation sur chaque mode propre sphérique, on se ramène à résoudre un système de $N+1$ équations couplées pour des fonctions dépendantes uniquement de l'espace. Ce dernier est alors résolu avec un schéma spatial classique.

Si la méthode des harmoniques sphériques simplifiée SP_N est utilisée, le développement précédent se fait sur une base incomplète (Hébert (2009)).

2.2 Le calcul de réseau

De par sa complexité, la modélisation d'un réacteur nucléaire nécessite différents niveaux de calcul. Une fois que l'on dispose de bibliothèques de données nucléaires, la première étape consiste à calculer finement un élément simple du réacteur pour en déduire des paramètres que l'on pourra utiliser dans un calcul plus grossier du réacteur au complet. C'est cette première étape que l'on appelle « calcul de réseau ».

Plus précisément, son but est de générer une base de données de sections efficaces (et coefficients de diffusion) multiparamétrée en fonction de la température des différents éléments, de la composition isotopique du combustible etc... qui pourra être utilisée dans le calcul de coeur au complet.

En pratique, il s'agit de calculer une cellule ou un assemblage unitaire du réacteur en réseau infini. L'obtention de résultats pertinents passe par la prise en compte de différents phénomènes dont le traitement est intégré au code de réseau.

2.2.1 Autoprotection des résonnances

L'énergie interne des noyaux lourds possède des niveaux discrets qui peuvent être atteints lors de la capture d'un neutron avec des probabilités très fortes lorsque celui-ci présente la « bonne » énergie cinétique, ce qui cause l'apparition de pics dans la section efficace microscopique σ que l'on appelle « résonnances ».

Cependant, malgré l'envolée de la section efficace, la largeur d'une résonnance est en général petite devant les sauts en énergie qu'effectue un neutron lors de son ralentissement. De plus, si la plupart des captures résonnantes s'effectuent dans le combustible, il est possible que le neutron échappe à ces résonnances lorsqu'il est ralenti par le modérateur (s'il existe). Ces deux phénomènes (autoprotection en énergie et en espace) sont à l'origine d'une dépression du flux aux énergies auxquelles on trouve des résonnances. Grâce à cette dépression, le taux de réaction varie peu aux énergies résonnantes puisque ce dernier est proportionnel au produit $\sigma\phi$.

Le calcul de réseau s'effectuant avec un nombre de groupes réduits par rapport aux données nucléaires, le module d'autoprotection des résonnances permet alors de moyenner la section efficace résonnante sur le maillage énergétique initial en la pondérant par un flux rendant compte du phénomène d'autoprotection. La difficulté à ce stade provient du fait que le flux n'est pas encore connu.

Nous allons ici aborder les principales classes de méthodes permettant d'estimer ce flux, en insistant sur celles qui ont été utilisées dans ce travail. Une description plus complète de ces méthodes se retrouve dans Hébert (2009).

Méthodes basées sur une équivalence hétérogène-homogène

Ce type de méthodes consiste à trouver le flux solution d'un problème de ralentissement dans le domaine des résonnances. Ce problème, étudié par Livolant et sa doctorante Jeanpierre, est souvent formulé dans le cadre de la théorie « Jeanpierre-Livolant ».

Dans un milieu infini et homogène avec un noyau lourd résonnant * et des matériaux légers non capturant + (donc seulement diffusant), si l'on néglige les sources de fission, l'équation du ralentissement s'écrit :

$$(\Sigma^* + \Sigma^+)\phi = R^*\phi + R^+\phi \quad (2.50)$$

avec R^* et R^+ les opérateurs de ralentissement.

On suppose alors que le flux dans une résonnance s'écrit en fonction du flux hors d'une résonnance (appelé flux macroscopique ψ) selon $\phi = \psi\varphi$ avec φ la structure fine qui vaut 1

hors de la résonnance et s'effondre dans la résonnance.

On choisit le flux macroscopique ψ de façon à ce que

$$R^+ \phi = \Sigma^+ \psi \quad (2.51)$$

car R^+ est un opérateur à longue portée (noyau léger) par rapport à la résonnance à traiter.

En négligeant la variation de ψ sur un domaine de largeur ϵ au voisinage d'une résonnance, où ϵ est le gain maximal en léthargie $u = \ln(\frac{E_0}{E})$ pour un neutron lors d'une collision élastique avec le noyau lourd et E_0 une énergie de référence supérieure à l'énergie maximale de l'ensemble des neutrons dans le réacteur, on a aussi :

$$R^* \phi = \psi R^* \varphi \quad (2.52)$$

On a donc l'équation de la structure fine :

$$R^* \varphi + \Sigma^+ = (\Sigma^* + \Sigma^+) \varphi \quad (2.53)$$

i.e. en notant $r^* = \frac{R^*}{N_0}$ et N_0 la densité du noyau lourd :

$$r^* \varphi + \sigma_d = (\sigma^* + \sigma_d) \varphi \quad (2.54)$$

Dans cette équation on a introduit la section efficace de dilution σ_d comme le nombre de barns de modérateur associés à chaque atome de combustible :

$$\sigma_d = \frac{\Sigma^+}{N_0} \quad (2.55)$$

Si l'on est capable de résoudre (2.54), on peut calculer l'intégrale de résonnance pour la réaction y sur un intervalle de léthargie correspondant au groupe g :

$$I_y^g = \frac{1}{u_g - u_{g-1}} \int_{u_{g-1}}^{u_g} \sigma_y(u) \varphi(u) du \quad (2.56)$$

En moyennant la structure fine sur cet intervalle

$$\bar{\varphi}^g = \frac{1}{u_g - u_{g-1}} \int_{u_{g-1}}^{u_g} \varphi(u) du \quad (2.57)$$

on obtient la section efficace autoprotégée :

$$\bar{\sigma}_y^g = \frac{1}{\bar{\varphi}^g} I_y^g \quad (2.58)$$

En pratique, des modèles de ralentissement (résonnance étroite, résonnance large, distribution statistique des résonnances ...) pour le noyau lourd ont été développés pour simplifier la résolution de (2.54) et permettent de trouver directement l'expression de la structure fine et donc de la section efficace autoprotégée en fonction de σ_d .

Dès lors, le travail du module d'autoprotection revient à trouver une géométrie homogène équivalente au problème hétérogène considéré pour déterminer σ_d et à interpoler la valeur des sections efficaces en fonctions de données tabulées dans les bibliothèques.

La méthode de Stamm'ler utilisée dans DRAGON 3 et détaillée dans Hébert and Marleau (1991) fait partie de ce type de méthodes. Elle suppose un modèle de résonnance intermédiaire pour le ralentissement (approximation de Goldstein-Cohen) et permet de traiter une macro-zone résonnante (i.e. un seul isotope résonnant pouvant être réparti dans plusieurs zones séparées avec la même concentration). Le problème hétérogène est alors ramené à une somme de problèmes homogènes en manipulant la formulation de l'équation (2.50) en théorie des probabilités de première collision et en exprimant certaines de ces probabilités en tant que sommes de fractions rationnelles de la section efficace résonnante. On montre alors que la valeur de la section efficace de dilution s'obtient directement en fonction des coefficients de ce développement en fractions rationnelles.

Méthodes de sous-groupes

Les méthodes de sous-groupes sont souvent utilisées pour les réacteurs à neutrons rapides et c'est pourquoi nous allons brièvement en rappeler le principe sans nous y attarder puisque nous n'avons pas utilisé de telles méthodes dans ce travail.

Une méthode de sous-groupes consiste à ré-écrire les intégrales que l'on veut calculer en considérant comme variable la section efficace (et non pas l'énergie ou la léthargie) :

$$I = \frac{1}{\Delta u} \int F[\sigma(u)] du = \int_{\min_g(\sigma)}^{\max_g(\sigma)} F(\sigma) \pi(\sigma) d\sigma \quad (2.59)$$

où $\pi(\sigma)$ est la densité de probabilité de σ .

Le problème est alors résolu en approchant cette densité par une formule de quadrature de

Gauss via la table de probabilité $\{\sigma_k, \omega_k\}$ pour le groupe g :

$$\pi(\sigma) = \sum_k \delta(\sigma - \sigma_k) \omega_k \quad (2.60)$$

On a alors :

$$I = \sum_k F(\sigma_k) \omega_k \quad (2.61)$$

Les tables de probabilités $\{\sigma_k, \omega_k\}$ pour les sections efficaces sont calculées dans chaque groupe d'énergie g de façon à préserver certains moments de la section efficace. On remplace alors les intégrales de Riemann par leurs tables de probabilités dans l'équation de ralentissement qui est résolue dans les groupes résonnants, par exemple avec la méthode des probabilités de première collision. Il est également possible de résoudre directement l'équation de transport si l'on couple le calcul des sections efficaces autoprotégées avec le calcul de flux pour mettre à jour la source de fission. C'est ce qui est par exemple fait dans APOLLO-3.

Pour plus de détails sur ces méthodes et les approximations faites dans les différents codes de calcul on peut se référer à Reuss (2003), Hébert (2009) ou Simon (2011).

2.2.2 Calcul de flux et modèle de fuites

Une fois les sections efficaces autoprotégées, l'équation de transport est résolue pour trouver la distribution du flux sur la géométrie considérée.

Le modèle de fuites intervient à ce niveau pour prendre en compte la taille finie du réacteur et ainsi simuler des fuites neutroniques dans un réseau infini. Il consiste à rajouter un terme de fuites neutroniques dans l'équation de transport (2.15) de façon à obtenir un bilan neutronique critique, représentatif du fonctionnement normal du réacteur.

L'introduction d'un modèle de fuites au niveau du calcul de réseau permet également d'obtenir, dans un formalisme cohérent, les valeurs du coefficient de diffusion qui pourront être utilisées dans le calcul du coeur au complet en théorie de la diffusion. Par ailleurs, la prise en compte des fuites modifie le spectre des neutrons et a donc une incidence sur les valeurs des sections efficaces issues du calcul de réseau.

La théorie du modèle de fuites dans le calcul de réseau étant au centre de ce travail, le chapitre 3 lui est consacré.

2.2.3 Homogénéisation et condensation

Le calcul de réacteur s'effectue sur un maillage énergétique simplifié et sur des régions homogénéisées en espace. En sortie de calcul de réseau, il est donc nécessaire de définir une procédure pour générer les paramètres d'entrée du calcul de coeur sur ce nouveau maillage.

Homogénéisation en espace

Classiquement, les sections efficaces sont homogénéisées en espace sur la cellule par le flux scalaire de façon à préserver au mieux les taux de réactions. Par exemple pour la section efficace totale :

$$\Sigma^g = \frac{\int_V d^3r \Sigma^g(\vec{r}) \phi^g(\vec{r})}{\int_V d^3r \phi^g(\vec{r})} \quad (2.62)$$

La section efficace de fission et les moments de Legendre de la section efficace différentielle de diffusion sont homogénéisés de la même manière.

Si l'équation (2.62) est souvent utilisée, il est cependant possible, comme l'a fait remarqué Deniz (1986), d'attribuer des poids différents aux neutrons au sein de la cellule, ce qui conduit à la définition plus générale suivante :

$$\Sigma^g = \frac{\langle W | \Sigma^g \phi^g \rangle}{\langle N | \phi^g \rangle} \quad (2.63)$$

où W et N sont des fonctions de poids quelconques et $\langle | \rangle$ est un produit scalaire, donné par

$$\langle a | b \rangle = \int_V d^3r \int_{4\pi} d^2\Omega \bar{a}(\vec{r}, \vec{\Omega}) b(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (2.64)$$

\bar{a} étant la quantité complexe conjuguée transposée de a .

Les fonctions de poids sont choisies de façon à conserver des quantités d'intérêt pour le neutronicien.

Condensation en énergie

En parallèle, une condensation en énergie peut être réalisée. Dans un macro-groupe G contenant les groupes indicés g , la condensation s'effectue de la façon suivante :

$$\Sigma^G(\vec{r}) = \frac{\sum_{g \in G} \Sigma^g(\vec{r}) \phi^g(\vec{r})}{\sum_{g \in G} \phi^g(\vec{r})} \quad (2.65)$$

Pour la section de transfert du macrogroupe G' vers le macrogroupe G (contenant respectivement les groupes indicés g' et g) :

$$\Sigma^{G' \rightarrow G}(\vec{r}) = \frac{\sum_{g' \in G'} \sum_{g \in G} \Sigma^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi^{g'}(\vec{r})}{\sum_{g' \in G'} \phi^{g'}(\vec{r})} \quad (2.66)$$

Le principe d'équivalence

Le procédé d'homogénéisation/condensation classique par pondération flux/volume peut cependant être problématique dans la mesure où il ne permet pas toujours de préserver les taux de réactions et le taux de fuites entre la représentation de départ et d'arrivée du problème considéré. Pour assurer la cohérence du processus, un principe d'équivalence doit donc être appliqué entre le calcul fin de la cellule ou de l'assemblage côté réseau et le calcul de coeur au complet.

Plusieurs théories de l'équivalence transport-transport ou transport-diffusion existent et consistent à multiplier les sections efficaces par un facteur d'équivalence μ . On peut par exemple citer la méthode SPH (pour super-homogénéisation) (Kavenoky (1978), Hébert and Kavenoky (1981), Hébert and Mathonnière (1993)) pour l'équivalence transport-transport ou se référer à Mondot (1978) et Bonalumi (1981) pour l'approche par la diffusion.

Dans le cadre du travail réalisé pour ce mémoire, nous n'avons pas considéré de facteurs d'équivalence et nous ne nous attarderons pas davantage sur le sujet.

2.2.4 Évolution isotopique

Une dernière fonction que doit remplir le calcul de réseau est celle du calcul de l'évolution isotopique. En effet, la composition du combustible change au cours du temps à cause des réactions nucléaires spontanées ou induites par l'irradiation (fissions, réactions (α, n) , absorptions ...).

Le principe généralement adopté pour prendre en compte cette évolution est le suivant : un calcul de flux classique est effectué sur la cellule dans des conditions données (combustible neuf par exemple), puis le code de réseau fait évoluer le combustible en prenant en compte la distribution de flux calculée (généralement normalisée à une puissance donnée). Un nouveau calcul de flux peut ensuite être effectué.

2.3 Le calcul de réacteur

À la suite du calcul de réseau, nous obtenons une bibliothèque de sections efficaces multi-paramétrée sur un maillage spatial et énergétique grossier ainsi qu'éventuellement un jeu de coefficients de diffusion qui peuvent être utilisés pour le calcul de réacteur.

Si, avec les moyens informatiques actuels, le calcul de coeur peut maintenant être effectué en théorie du transport en utilisant les méthodes présentées dans la partie 2.1.7, la théorie de la diffusion est encore souvent utilisée car elle donne de bons résultats pour des coûts moindres (temps de calcul et ressources informatiques).

2.3.1 La théorie de la diffusion

Il s'agit d'une simplification de l'équation de transport qui permet de traiter la variable angulaire. Pour l'obtenir, on note $\vec{j}^g(\vec{r})$ le courant neutronique donné par

$$\vec{j}^g(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \vec{\Omega} \quad (2.67)$$

et on considère un développement en polynômes de Legendre à l'ordre $L = 1$ pour la section efficace différentielle de diffusion dans (2.24) (voir (2.12)) pour obtenir

$$\begin{aligned} \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma^g(\vec{r}) \phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) &= \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} \Sigma_{s,0}^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi^{g'}(\vec{r}) \\ &+ \frac{3}{4\pi} \sum_{g'} \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \vec{j}^{g'}(\vec{r}) \cdot \vec{\Omega} + \frac{\chi^g}{4\pi K} \sum_{g'} \nu \Sigma_f^{g'}(\vec{r}) \phi^{g'}(\vec{r}) \end{aligned} \quad (2.68)$$

Dès lors, en intégrant cette équation sur l'angle solide, la dépendance angulaire de la source disparaît et on obtient :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j}^g(\vec{r}) + \Sigma^g(\vec{r}) \phi^g(\vec{r}) = \sum_{g'} \Sigma_{s,0}^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi^{g'}(\vec{r}) + \frac{\chi^g}{K} \sum_{g'} \nu \Sigma_f^{g'}(\vec{r}) \phi^{g'}(\vec{r}) \quad (2.69)$$

L'équation précédente nécessitant une loi de fermeture entre le courant et le flux, on suppose que la direction de migration des neutrons correspond à l'opposé de celle du gradient de concentration (loi de Fick) :

$$\vec{j}^g(\vec{r}) = -D^g(\vec{r}) \vec{\nabla} \phi^g(\vec{r}) \quad (2.70)$$

On introduit ici le coefficient de diffusion D^g , dont la détermination par le calcul de réseau se fait généralement au sein du modèle de fuites comme nous allons le voir dans le chapitre

3. En l'absence d'un tel modèle, une définition approchée du coefficient de diffusion, justifiée dans Bell and Glasstone (1970), peut être utilisée :

$$D^g(\vec{r}) = \frac{1}{3 \left(\Sigma^g(\vec{r}) - \Sigma_{s,1}^g(\vec{r}) \right)} \quad (2.71)$$

L'introduction de la loi de Fick dans l'équation de transport donne l'équation de la diffusion :

$$-\vec{\nabla} D^g(\vec{r}) \vec{\nabla} \phi^g(\vec{r}) + \Sigma^g(\vec{r}) \phi^g(\vec{r}) = \sum_{g'} \Sigma_{s,0}^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi^{g'}(\vec{r}) + \frac{\chi^g}{K} \sum_{g'} \nu \Sigma_f^{g'}(\vec{r}) \phi^{g'}(\vec{r}) \quad (2.72)$$

2.3.2 Autres méthodes

D'autres méthodes économes en ressources informatiques peuvent également se prêter au calcul de réacteur comme par exemple la méthode des harmoniques sphériques simplifiées (SP_N), brièvement présentée dans la partie 2.1.7.

De plus, avec l'augmentation récente de la puissance des ordinateurs, il devient aujourd'hui concevable d'effectuer des calculs de réacteurs avec des méthodes de transport complexes et gourmandes en ressources, comme c'est le cas des méthodes stochastiques, aujourd'hui utilisées comme « méthodes de référence ».

2.4 Méthodes de Monte Carlo pour le transport des neutrons

Nous avons présenté jusqu'ici une approche de calcul neutronique des réacteurs nucléaires par résolution déterministe de l'équation de Boltzmann. En complément de ces méthodes, les méthodes probabilistes dites de « Monte Carlo » permettent, en théorie, de s'attaquer au problème « exact » sans introduire d'approximations.

L'idée sous-jacente est de simuler l'histoire des neutrons en tirant des nombres aléatoires. En partant de la représentation géométrique exacte du problème, le tirage de six nombres aléatoires permet de déterminer la position, l'énergie et la direction d'un neutron. Puis, la connaissance de la section efficace totale permettant de déterminer la densité de probabilité pour que le neutron parcoure une distance d avant sa première interaction, le tirage d'un nouveau nombre aléatoire permettra de transporter le neutron en un nouveau point de sa trajectoire. Si le neutron fuit du système, son histoire est terminée. Sinon, connaissant les densités de probabilités des sections efficaces partielles, un nouveau tirage permet de choisir la réaction qui a lieu. En fonction du résultat du tirage, l'histoire peut s'arrêter (capture) ou continuer (diffusion). Si nécessaires, d'autres tirages permettent de déterminer la nouvelle

trajectoire et la nouvelle énergie du neutron. Dans le cas de réactions (n, xn) ou de fissions, il est nécessaire de simuler de nouvelles particules.

Pour obtenir des résultats satisfaisants, un grand nombre de neutrons sont simulés, ce qui permet d'accéder à la valeur moyenne des paramètres d'intérêt et à leur distribution statistique. On appelle alors « batch » la simulation de N particules. Un calcul de Monte Carlo peut comporter plusieurs dizaines de milliers de batches.

Dans le cas du problème à valeurs propres (2.15), le transport des neutrons lors d'un batch permet de déterminer la distribution des neutrons de fission. La valeur propre K est alors calculée en rapportant le nombre de neutrons de fissions au nombre de particules simulées N . Les particules du batch suivant sont alors distribuées en accord avec la source de fission calculée. Les premiers batches ne sont pas comptabilisés dans les résultats finaux pour permettre l'obtention d'une source de fission convergée.

Une telle stratégie de simulation est coûteuse en ressources informatiques mais possède l'avantage de ne pas reposer sur les approximations classiques des méthodes déterministes (nombre de groupes réduits, géométrie approchée, simplifications de l'équation de transport ...) et c'est pourquoi elle est souvent utilisée comme « calcul de référence ».

2.5 Codes de calcul utilisés

Plusieurs codes de calculs ont été utilisés au cours de ce travail de recherche.

- **DRAGON-3** : code de réseau déterministe développé à l'École Polytechnique de Montréal. Il est principalement utilisé pour des réacteurs à eau.
- **DONJON-5** : code de coeur permettant de résoudre l'équation de la diffusion sur des géométries cartésiennes ou hexagonales. Un solveur SP_N est également disponible. Il a été développé à l'École Polytechnique de Montréal.
- **SERPENT-1** et **TRIPOLI-4** : il s'agit de codes de transport reposant sur les méthodes de Monte Carlo, respectivement développés en Finlande (VTT Technical Research Centre of Finland) et au CEA en France.
- **APOLLO-3** : plateforme multifilière (REP, réacteurs à neutrons rapides (RNR)) développée au CEA et regroupant les fonctionnalités des codes de réseau et de coeur.
- **APOLLO-2** : code utilisé en France pour le calcul de réseau des réacteurs à eau légère.

CHAPITRE 3 LES MODÈLES DE FUITES

Le modèle de fuites intervient au niveau du calcul de réseau pour prendre en compte la taille finie du réacteur et simuler des fuites neutroniques dans un réseau infini de cellules identiques. Nous proposons dans cette partie d'en développer la théorie en présentant les différents modèles utilisés dans le cadre de ce projet de recherche.

3.1 L'hypothèse du mode fondamental

En théorie monocinétique et dans un milieu homogène infini, Reuss (2003) montre qu'une solution de l'équation de transport sous forme de combinaison linéaire d'exponentielles en espace apparaît :

$$\phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int \varphi(\vec{\Omega}) e^{i\vec{B} \cdot \vec{r}} d^2 B \quad (3.1)$$

Ce résultat est généralisable au cas à spectre en considérant la même courbure $e^{i\vec{B} \cdot \vec{r}}$ pour toutes les énergies et on désigne alors par mode fondamental en milieu homogène une solution générale de l'équation de transport factorisée de la forme

$$\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \varphi(E, \vec{\Omega}) e^{i\vec{B} \cdot \vec{r}} \quad (3.2)$$

La théorie du mode fondamental généralisée au cas d'un réseau infini et régulier donne l'expression suivante pour le flux

$$\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) e^{i\vec{B} \cdot \vec{r}} \quad (3.3)$$

où $\varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ a la périodicité du réseau et est appelé « flux microscopique ». Le terme $e^{i\vec{B} \cdot \vec{r}}$ est appelé « flux macroscopique » bien qu'il n'ait pas la dimension d'un flux neutronique.

Le flux physique existant dans le réacteur étant une quantité réelle, il s'obtient en prenant la partie réelle de l'équation (3.3) (ou de (3.2)). Ainsi, si l'on écrit le flux microscopique sous la forme

$$\varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \varphi_s(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) - i\varphi_a(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (3.4)$$

avec φ_s et φ_a des distributions à valeurs réelles, le flux physique est

$$\phi_r(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \text{Re}\{\varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) e^{i\vec{B} \cdot \vec{r}}\} = \varphi_s(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \cos(\vec{B} \cdot \vec{r}) + \varphi_a(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \sin(\vec{B} \cdot \vec{r}) \quad (3.5)$$

On voit que le vecteur \vec{B} contient des informations sur la taille et la forme a priori du réacteur. La détermination de \vec{B} correspondant à un motif critique pour le flux microscopique permet alors d'estimer la taille du réacteur et donc de simuler des fuites neutroniques.

Notons que, comme le font remarquer Petrovic and Benoist (1997), la distribution (3.3) ne peut être exactement respectée dans un réacteur réel de par la non répétitivité parfaite du réseau (irrégularités, insertion d'assemblages spécifiques ...). Selon Gelbard (1983), la factorisation proposée repose d'ailleurs en partie sur de l'intuition, mais il s'agit néanmoins de l'hypothèse traditionnelle pour les calculs de fuites.

Il est intéressant de noter que les équations précédentes sont vraies en toute rigueur dans un milieu surcritique. Si le milieu est sous-critique, \vec{B} est imaginaire et l'exponentielle est réelle, ce qui suppose des sources neutroniques à l'infini. Le flux fondamental et le flux physique dans le réacteur sont alors confondus.

En insérant la factorisation du flux fondamental (3.3) dans l'équation de transport (2.24), sachant que les sources sont proportionnelles au flux, on obtient

$$e^{i\vec{B}\cdot\vec{r}} \left((\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} + \Sigma^g(\vec{r}) + i\vec{\Omega} \cdot \vec{B}) \varphi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) - Q^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \right) = 0 \quad (3.6)$$

avec Q^g la densité de source neutronique qui s'exprime maintenant en fonction du flux microscopique φ . Pour le problème à valeurs propres, on a par exemple

$$Q^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{g'} \int_{4\pi} d^2\Omega' \Sigma_s^{g' \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \varphi^{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') + \frac{\chi^g}{4\pi K} \sum_{g'} \nu \Sigma_f^{g'}(\vec{r}) \varphi^{g'}(\vec{r}) \quad (3.7)$$

Cette équation devant être valable quel que soit le vecteur \vec{B} , on a alors l'équation complexe à résoudre pour simuler les fuites neutroniques :

$$\boxed{(\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} + \Sigma^g(\vec{r}) + i\vec{\Omega} \cdot \vec{B}) \varphi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = Q^g(\vec{r}, \vec{\Omega})} \quad (3.8)$$

3.2 Le modèle de fuites homogènes

La plupart des modèles de fuites utilisés dans les codes de calcul reposent aujourd'hui encore sur un formalisme homogène. Un tel formalisme propose de résoudre l'équation (3.8) mais en traitant le terme de fuites $i\vec{\Omega} \cdot \vec{B}\varphi$ sur un motif homogène.

Les développements présentés s'inspirent de Petrovic and Benoist (1997), Hébert (2009) et Deniz (1986).

3.2.1 Équations B1 homogènes

Nous nous limitons dans cette partie à l'ordre 1 pour l'anisotropie de la diffusion bien qu'il soit possible d'effectuer un développement identique pour une anisotropie d'ordre quelconque.

En appliquant (3.8) à un motif homogène et en détaillant le terme source, on obtient :

$$\left(\Sigma^g + i\vec{\Omega} \cdot \vec{B}\right) \varphi^g(\vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g} \varphi^{g'} + \frac{3}{4\pi} \sum_{g'} \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g} \vec{j}^{g'} \cdot \vec{\Omega} \quad (3.9)$$

où \vec{j}^g est le courant homogène défini par

$$\vec{j}^g = \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi^g(\vec{\Omega}) \vec{\Omega} \quad (3.10)$$

et où l'on a posé

$$\hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g} = \Sigma_{s,0}^{g' \rightarrow g} + \frac{\chi^g}{K} \nu \Sigma_f^{g'} \quad (3.11)$$

En intégrant (3.9) sur 4π , on obtient la première équation qui donne le bilan neutronique sur le motif homogène :

$$\Sigma^g \varphi^g + i\vec{j}^g \cdot \vec{B} = \sum_{g'} \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g} \varphi^{g'} \quad (3.12)$$

Pour obtenir une deuxième équation, (3.9) est divisée par le facteur de poids $\Sigma^g + i\vec{\Omega} \cdot \vec{B}$ avant d'être intégrée sur 4π . Comme nous le verrons, cet artifice permet de faire disparaître la dépendance directionnelle du courant. En supprimant les intégrales impaires de $\vec{\Omega}$ on obtient :

$$\varphi^g = \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} \hat{\Sigma}_{s,0}^{g' \rightarrow g} \varphi^{g'} \int_{4\pi} d^2\Omega \frac{\Sigma^g}{(\Sigma^g)^2 + (\vec{\Omega} \cdot \vec{B})^2} - \frac{3i}{4\pi} \sum_{g'} \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g} \vec{j}^{g'} \cdot \int_{4\pi} d^2\Omega \frac{\vec{\Omega} \otimes \vec{\Omega}}{(\Sigma^g)^2 + (\vec{\Omega} \cdot \vec{B})^2} \cdot \vec{B} \quad (3.13)$$

On note alors

$$\begin{cases} \alpha[B, \Sigma^g] = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d^2\Omega \frac{\Sigma^g}{(\Sigma^g)^2 + (\vec{\Omega} \cdot \vec{B})^2} \\ \bar{\beta}[B, \Sigma^g] = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d^2\Omega \frac{\vec{\Omega} \otimes \vec{\Omega}}{(\Sigma^g)^2 + (\vec{\Omega} \cdot \vec{B})^2} = \frac{1}{B^2} (1 - \alpha[B, \Sigma^g] \Sigma^g) \bar{I} \end{cases} \quad (3.14)$$

où \bar{I} est la matrice identité. On obtient alors

$$\varphi^g = \alpha[B, \Sigma^g] \sum_{g'} \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g} \varphi^{g'} - 3i \sum_{g'} \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g} \vec{j}^{g'} \cdot \bar{\beta}[B, \Sigma^g] \cdot \vec{B} \quad (3.15)$$

que l'on peut écrire sous la forme

$$\varphi^g = \alpha[B, \Sigma^g] \sum_{g'} \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g} \varphi^{g'} - 3i \frac{1 - \alpha[B, \Sigma^g] \Sigma^g}{B^2} \sum_{g'} \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g} \vec{j}^{g'} \cdot \vec{B} \quad (3.16)$$

On voit qu'il est possible de faire disparaître la dépendance directionnelle de (3.12) et (3.16) en définissant le courant j^g comme

$$j^g = \frac{\vec{j}^g \cdot \vec{B}}{B} \quad (3.17)$$

Après quelques manipulations algébriques, on obtient le système à deux équations du modèle B1 homogène :

$$\begin{cases} \Sigma^g \varphi^g = \sum_{g'} \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g} \varphi^{g'} - i B j^g \\ i \Sigma^g \frac{j^g}{B} = \frac{1}{\gamma[B, \Sigma^g]} \left(i \sum_{g'} \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g} \frac{j^{g'}}{B} + \frac{1}{3} \varphi^g \right) \end{cases} \quad (3.18)$$

avec

$$\gamma[B, \Sigma^g] = \frac{B^2}{3 \Sigma^g} \frac{\alpha[B, \Sigma^g]}{(1 - \alpha[B, \Sigma^g] \Sigma^g)} \quad (3.19)$$

Pour un système surcritique, cette dernière expression prend la forme

$$\gamma[B, \Sigma^g] = \frac{B}{3 \Sigma^g} \frac{\arctan(\frac{B}{\Sigma^g})}{\left(1 - \frac{\Sigma^g}{B} \arctan(\frac{B}{\Sigma^g})\right)} \quad (3.20)$$

Pour un système sous-critique \vec{B} est imaginaire. En notant B le module de \vec{B} , $\gamma[B, \Sigma^g]$ est alors calculable selon la formule

$$\gamma[B, \Sigma^g] = \frac{B}{6 \Sigma^g} \frac{\ln(\frac{\Sigma^g + B}{\Sigma^g - B})}{\left(1 - \frac{\Sigma^g}{2B} \ln(\frac{\Sigma^g + B}{\Sigma^g - B})\right)} \quad (3.21)$$

à condition que le milieu ne soit pas « trop » sous-critique i.e. $|\vec{B}| < \Sigma^g$.

3.2.2 Étude des symétries

L'étude des symétries est intéressante car, dans le cas homogène, elle permet d'en déduire les qualités réelles ou imaginaires des flux et des courants.

Dans le cas homogène surcritique, l'expression du flux physique (3.5) devient

$$\phi_r^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \varphi_s^g(\vec{\Omega}) \cos(\vec{B} \cdot \vec{r}) + \varphi_a^g(\vec{\Omega}) \sin(\vec{B} \cdot \vec{r}) \quad (3.22)$$

Ce flux est symétrique par rapport à l'origine (centre du réacteur) :

$$\phi_r^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \phi_r^g(-\vec{r}, -\vec{\Omega}) \quad (3.23)$$

En considérant que la cellule calculée est la cellule centrale du réacteur (la plus représentative du milieu infini), on déduit que φ_s^g (resp. φ_a^g) est une fonction symétrique (resp. antisymétrique) de $\vec{\Omega}$, ce qui justifie l'indice s (resp. a)

$$\begin{cases} \varphi_s^g(-\vec{\Omega}) = \varphi_s^g(\vec{\Omega}) \\ \varphi_a^g(-\vec{\Omega}) = -\varphi_a^g(\vec{\Omega}) \end{cases} \quad (3.24)$$

En particulier, le flux intégré est une quantité réelle et le courant est purement imaginaire :

$$\begin{cases} \varphi^g = \varphi_s^g = \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_s^g(\vec{\Omega}) \\ \vec{j}^g = -i \vec{j}_a^g = -i \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_a^g(\vec{\Omega}) \vec{\Omega} \end{cases} \quad (3.25)$$

Si le milieu est sous-critique, \vec{B} est imaginaire pur et le flux et le courant sont réels.

Dans tous les cas, on voit que le flux intégré des équations $B1$ homogènes est réel et que le produit iBj^g (ou $i\frac{j^g}{B}$) est réel et donc que ces équations peuvent être résolues dans l'algèbre des nombres réels.

3.2.3 Coefficient de fuites homogènes

En suivant la définition de Deniz (1986), le coefficient de fuites D_B est obtenu en égalisant la partie réelle du ratio $\frac{\text{taux fuites}}{\text{flux}}$ à $D_B B^2$:

$$B^2 D_B^g = \frac{\text{Re}\{< W \mid \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi^g >\}}{\text{Re}\{< N \mid \phi^g >\}} \quad (3.26)$$

où W et N sont des fonctions de poids quelconques.

Classiquement, en homogène, les fonctions de poids dans l'expression du coefficient de fuites (3.26) sont prises égales à

$$W = N = e^{i\vec{B} \cdot \vec{r}} \quad (3.27)$$

ce qui permet de supprimer l'exponentielle du flux fondamental. En fait, on montre que n'importe quel choix de fonctions de poids W et N indépendantes de $\vec{\Omega}$ telles que $W = N$ donne la même expression du coefficient de fuites.

Le coefficient de fuites s'exprime alors sous la forme

$$D_B^g = \frac{1}{B^2} \frac{\text{Re}\{\int_{4\pi} d^2\Omega \, i\vec{B} \cdot \vec{\Omega} \, \varphi^g(\vec{\Omega})\}}{\text{Re}\{\int_{4\pi} d^2\Omega \, \varphi^g(\vec{\Omega})\}} = \frac{i}{B^2} \frac{\vec{B} \cdot \vec{j}^g}{\varphi^g} \quad (3.28)$$

soit

$$\boxed{D_B^g = \frac{i}{B} \frac{j^g}{\varphi^g}} \quad (3.29)$$

Notons que nous utilisons indépendamment ici l'expression coefficient de fuites ou coefficient de diffusion, bien que certains auteurs distinguent les deux notions. En effet, la notion de coefficient de fuites est plus large que celle de coefficient de diffusion (Petrovic and Benoist (1997)) qui, à strictement parler, devrait être égal au tiers du libre parcours moyen d'un neutron. Cependant, puisque les coefficients de fuites que nous définissons serviront en pratique en tant que coefficients de diffusion dans les calculs de coeur, nous ne voyons pas de raison de distinguer les deux termes.

Remarque : en l'absence de modèle de fuites, nous rappelons que le coefficient de diffusion se définit en fonction de la section efficace totale corrigée de transport $\Sigma_{tr}^g = \Sigma^g - \Sigma_{s,1}^g$ (homogénéisée sur le motif) selon

$$D^g = \frac{1}{3\Sigma_{tr}^g} \quad (3.30)$$

3.2.4 Introduction dans un code de réseau

Dans la théorie du modèle de fuites homogènes, l'équation (3.8) est résolue en modifiant la « section efficace de fuites » $i\vec{\Omega} \cdot \vec{B}$ de façon à faire disparaître sa dépendance angulaire et à retrouver le taux de fuites du motif homogène. Avec la définition du coefficient de fuites, ce taux s'écrit

$$L^g = D_B^g B^2 \varphi^g \quad (3.31)$$

et on voit qu'il suffit de remplacer (3.8) par

$$\boxed{(\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} + \Sigma^g(\vec{r}) + D_B^g B^2) \varphi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = Q^g(\vec{r}, \vec{\Omega})} \quad (3.32)$$

Une procédure itérative est ensuite définie de façon à trouver les coefficients de fuites et éventuellement le laplacien B^2 qui rendra le motif critique si ce dernier n'est pas imposé.

Dans un premier temps, un calcul de transport sur la cellule hétérogène est réalisé de façon à trouver la distribution de flux ainsi que la valeur du facteur de multiplication. Les sections efficaces sont ensuite homogénéisées par le flux sur le volume de la cellule (voir (2.62)). En particulier le flux intégré homogénéisé de la sorte correspond au flux fondamental φ^g des équations $B1$ homogènes.

Puis, les équations $B1$ homogènes (3.18) sont résolues de façon à trouver la valeur du coefficient de fuites multigroupes D_B^g et éventuellement du laplacien B^2 si celui-ci n'est pas imposé.

Un nouveau calcul de transport sur la cellule hétérogène est alors réalisé par résolution de (3.32) et la procédure est itérée jusqu'à convergence.

Dans le cas d'une recherche de B^2 critique, le système converge vers $K_{\text{eff}} = 1$.

Avec la méthode des probabilités de première collision, la section efficace de fuites peut être traitée de différentes façons :

- en l'ajoutant à la section efficace totale Σ^g , mais cela suppose un nouveau calcul de probabilités de collisions à chaque itération externe,
- en retranchant un terme $D_B^g B^2$ de la section efficace de diffusion du groupe g dans lui même $\Sigma_{s,0}^{g \rightarrow g}$ (option « SIGS » de DRAGON),
- une autre méthode peut être de multiplier le terme source par une probabilité de non-fuites (option « PNL » de DRAGON),

$$P_{\text{NL}}^g = 1 - \frac{D_B^g B^2}{\Sigma^g + D_B^g B^2} \quad (3.33)$$

3.2.5 Limites du modèle homogène

Le modèle de fuites homogènes est la procédure classique de prise en compte des fuites neutroniques dans le code de réseau. Cependant et malgré sa simplicité, il ne rend pas parfaitement compte des hétérogénéités spatiales du réacteur puisque les fuites sont appliquées avec une probabilité uniforme sur le motif. De plus, il est aveugle à l'existence de directions de fuites privilégiées.

Par ailleurs, si l'on se retrouve dans la situation où l'on doit calculer un motif non-multiplicateur ou sous-critique entouré de sources (« cluster »), les coefficients de fuites homogènes résulteront de l'homogénéisation du milieu total incluant les sources. La validité d'une telle modélisation est alors discutable et ne permettra en tout cas pas de représenter les effets de

fuites entre les deux types de motifs.

Plusieurs auteurs affirment ainsi que, si un formalisme $B1$ homogène est suffisant dans le cadre des calculs de REP ou de CANDU en fonctionnement normal (Petrovic and Benoist (1997), Hébert (2009)), il n'en va pas de même pour la simulation d'accidents de perte de caloporteur puisque le libre parcours moyen des neutrons augmente grandement dans les couloirs vidangés. De même, un formalisme hétérogène peut s'avérer nécessaire dans la partie hautes des réacteurs bouillants, pour les réacteurs graphite-gaz ou pour les réacteur à neutrons rapides et à caloporteur sodium (RNR-Na).

Au-delà de ces remarques, la performance des ordinateurs ayant augmenté de façon spectaculaire au cours des dernières années, l'utilisation d'un modèle de fuites hétérogènes, a priori plus complexe, n'est peut-être plus autant contraignante que par le passé.

3.3 Modèles de fuites hétérogènes

L'introduction d'hétérogénéités au sein de la cellule conduit à un traitement plus complexe du modèle de fuites. Les premières études portant sur les effets de ces hétérogénéités peuvent être attribuées à Behrens (1949) qui s'est intéressé à l'impact de trous sur l'aire de migration d'un neutron et à la définition de coefficients de diffusion directionnels préservant la distance quadratique moyenne entre deux collisions.

À la suite de ce travail pionnier, différentes méthodes permettant d'insérer un modèle de fuites hétérogènes au niveau du calcul de réseau et différents formalismes donnant accès aux coefficients de diffusion ont émergé. En effet, comme le montre l'équation (3.26), le choix de fonctions de poids différentes conduit à des expressions du coefficient de fuites différentes. On distingue notamment les coefficients « full buckling dependent » qui font intervenir de manière explicite le laplacien dans leur expression, et les coefficients « buckling independent » qui reposent sur des développements limités en puissances du laplacien.

Conjointement à un formalisme général du modèle de fuites, une liste représentative de différentes définitions de ces coefficients a été réalisée par Deniz (1986) ou Gelbard (1983). Le but ici n'est pas de recenser l'ensemble des théories existantes mais de présenter les plus utilisées, avec une attention particulière pour l'approche de Benoist et pour le formalisme de la méthode des caractéristiques, qui ont été utilisés dans le cadre de ce travail. La question du coefficient de diffusion est traitée conjointement avec celle du modèle de fuites puisqu'elle en est sans doute originellement la justification.

Un gros effort sur le traitement des fuites hétérogènes a été réalisé par Pierre Benoist (voir Benoist (1961, 1984, 1986) et Petrovic and Benoist (1997)) notamment dans le but de définir

des coefficients de diffusion directionnels. Le formalisme développé préserve le taux de fuites nettes de la cellule et utilise les probabilités de première collision.

Dans le cadre de cette théorie, Benoist a proposé deux définitions du coefficient de fuites, « the uncorrected » et « the corrected one », qui diffèrent de par le choix des fonctions de pondérations W et N dans l'équation (3.26). La première définition consiste à homogénéiser le coefficient de diffusion par le flux microscopique tandis que la seconde utilise le flux macroscopique. Le problème du coefficient « corrected » est que, de par la pondération par le flux macroscopique qui varie dans le réacteur, les paramètres homogénéisés dépendent de la définition de la cellule.

Reposant sur quelques approximations que nous détaillerons par la suite, ce modèle est aujourd'hui utilisé dans plusieurs codes de calcul, comme par exemple APOLLO-2 ou DRAGON-3. Un modèle simplifié, reposant également sur les probabilités de première collision, a été mis en oeuvre dans le code ECCO du CEA (Grimstone et al. (1990)) puis généralisé dans Hébert (2009) à d'autres formes de l'équation de transport.

Parmi les autres méthodes permettant d'accéder au coefficient de diffusion, on peut citer Bonalumi (1981) qui, via un formalisme de « matrices de réponse », présente une méthode analytique explicite pour l'obtention des paramètres de cellules homogénéisés pour un calcul de diffusion. Kohler (1975) propose quant à lui de minimiser la distance quadratique moyenne entre les sections efficaces hétérogènes et les sections homogénéisées sur le motif en des points particulier du réseau.

La définition de Deniz-Gelbard, qui préserve le taux de fuites pour chaque énergie (Gelbard (1983)), permet d'obtenir un coefficient de fuites à partir de la définition de l'aire de migration directionnelle des neutrons. Une approche similaire a également été étudiée par Leslie (1962).

Larsen propose quant à lui de séparer la variable espace en un terme variant à l'échelle de la cellule et un terme macroscopique pour définir un paramètre de réseau (Larsen (1975)). Il écrit alors une solution de l'équation de transport factorisée en fonction de ce paramètre, ce qui lui permet d'obtenir le coefficient de fuites. Plus récemment, Trahan and Larsen (2014) ont développé des tenseurs multigroupes pour les coefficients de diffusion dans le but de faire coïncider asymptotiquement l'équation de la diffusion et l'équation de transport.

Si les différentes approches énoncées ont été testées plus ou moins exhaustivement en utilisant la plupart du temps les probabilités de première collision (formalisme de Benoist ou encore Roy et al. (1993)), d'autres méthodes ont également été employées. Ainsi, Grimstone (1978) s'est intéressé au calcul d'une cellule cylindrique 1D en environnement sodium grâce à une méthode S_N tandis que Williams (2014) présente une méthode basée sur les transformées de

Fourier appliquée à un réseau de plaques homogènes.

Aujourd'hui, la méthode des caractéristiques est de plus en plus employée car elle n'est, d'une part, pas limitée en ordre d'anisotropie pour la source et permet, par ailleurs, de traiter exactement le terme de fuites dans l'équation (3.8). Dans le cas d'un calcul de réacteur en théorie de la diffusion, la MOC permet d'obtenir des coefficients de diffusion « full buckling dependent » tandis que la plupart des théories citées ci-dessus reposent sur un développement du flux et du courant en puissances du laplacien (valables pour B^2 faible). Par ailleurs, elle ne présente pas de contre-indications pour des situations de vidange du caloporteur en périphérie des cellules, ce qui n'est pas évident avec le formalisme de Benoist.

Ainsi, Van-Rooijen and Chiba (2011) ont validé cette technique sur une cellule hexagonale en spectre rapide. Par ailleurs, elle est retenue comme méthode de référence dans le cadre du développement du code APOLLO-3 au CEA (Rimpault et al. (2014)).

Après ce bref aperçu de l'état de l'art, nous allons maintenant présenter de manière détaillée l'approche de Benoist qui est utilisée dans DRAGON-3 (modèle TIBERE). Le traitement des fuites grâce à la méthode des caractéristiques proposé dans APOLLO-3 sera ensuite abordé.

3.4 Formalisme hétérogène approché de Benoist

Le développement complet du formalisme hétérogène de Benoist que nous reprenons ici est disponible dans Petrovic and Benoist (1997).

3.4.1 Développement en puissances du laplacien

Le formalisme de Benoist repose sur un développement limité à l'ordre 1 en puissances du laplacien. Ce choix, valable pour des valeurs du buckling proches de zéro, conduit notamment à la définition de coefficients de fuites « buckling independent ».

Comme le montre Deniz (1986), le flux réel de l'équation (3.5) est invariant si l'on remplace \vec{B} par $-\vec{B}$, ce qui implique dans l'équation (3.4) que φ_s est une fonction paire de \vec{B} tandis que φ_a est une fonction impaire de \vec{B} .

En termes de développement limité à l'ordre 1, cela se traduit par

$$\begin{cases} \varphi_s = \varphi_{s0} + O(B^2) \\ \varphi_a = \sum_{k=x,y,z} B_k \varphi_{ak} + O(B^3) \end{cases} \quad (3.34)$$

Si l'on décompose (3.8) sur ses parties réelle et imaginaire (avec une loi de choc $P1$), l'intro-

duction du développement (3.34) dans les équations résultantes permet d'obtenir le système couplé :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} + \Sigma^g(\vec{r}) \right) \varphi_s^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \varphi_s^{g'}(\vec{r}) + \frac{3}{4\pi} \sum_{g'} \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \vec{j}_s^{g'}(\vec{r}) \cdot \vec{\Omega} \\ \quad - \sum_k \sum_{k'} B_k B_{k'} \varphi_{ak'}^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \Omega_k \\ \left(\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} + \Sigma^g(\vec{r}) \right) \varphi_{ak}^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \varphi_{ak}^{g'}(\vec{r}) + \frac{3}{4\pi} \sum_{g'} \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \vec{j}_{ak}^{g'}(\vec{r}) \cdot \vec{\Omega} \\ \quad + \varphi_s^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \Omega_k, \quad k \in \{x, y, z\} \end{array} \right. \quad (3.35)$$

avec les conventions suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_s^g(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_s^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \\ \varphi_{ak}^g(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_{ak}^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \\ \vec{j}_s^g(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_s^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \vec{\Omega} \\ \vec{j}_{ak}^g(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_{ak}^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \vec{\Omega} \end{array} \right. \quad (3.36)$$

et la transformation de l'indice s_0 en s pour simplifier les notations. Ω_k est la projection de $\vec{\Omega}$ sur l'axe k .

Notons qu'une étape de séparation des trois directions spatiales est implicitement admise dans l'écriture du système précédent.

3.4.2 Analyse des symétries

Nous nous limitons ici à des **cellules 2D symétriques en espace** présentant deux axes de symétrie orthogonaux (x et y). Une analyse complète des symétries pouvant être trouvée dans différentes références (Petrovic and Benoist (1997), Deniz (1986), Leslie (1962)), nous n'allons pas les détailler ici.

Il est néanmoins important de comprendre que, contrairement au cas homogène, les symétries de la géométrie n'impliquent pas des propriétés de symétrie simples pour le flux microscopique puisque celui-ci dépend à la fois de l'espace et de l'angle. Dans le cas d'une cellule symétrique, nous avons

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_s^g(-\vec{r}, -\vec{\Omega}) = \varphi_s^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \\ \varphi_a^g(-\vec{r}, -\vec{\Omega}) = -\varphi_a^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \end{array} \right. \quad (3.37)$$

et on montre que les intégrales sur le volume V de la cellule du courant symétrique, des

composantes du flux antisymétrique intégré et des composantes transverses du courant antisymétrique sont nulles :

$$\begin{cases} \int_V d^3r \varphi_{ak}^g(\vec{r}) = 0 \\ \int_V d^3r \vec{j}_s^g(\vec{r}) = \vec{0} \\ \int_V d^3r j_{akk'}^g(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_{ak}^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \Omega_{k'} = 0 \quad , \quad k \neq k' \end{cases} \quad (3.38)$$

3.4.3 Approximations du modèle TIBERE

De par les faibles propriétés de symétrie des flux φ_s et φ_a , les équations *B1* hétérogènes ne disposent pas de solution analytique contrairement au cas homogène : quelques approximations supplémentaires sont alors faites pour donner les modèles TIBERE 1 et 2 (Benoist et al. (1994), Petrovic et al. (1996)).

Hypothèse d'isotropie du flux symétrique

On suppose le flux symétrique φ_s isotrope dans les termes sources (second membre) et on le remplace par sa valeur moyenne sur 4π :

$$\varphi_s^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \varphi_s^g(\vec{r}) \quad (3.39)$$

Hypothèse d'anti-isotropie du flux anti-symétrique

On suppose que, pour $k \in \{x, y, z\}$, le flux anti-symétrique φ_{ak} du terme source se factorise sous la forme :

$$\varphi_{ak}^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = A_k^g(\vec{r}) \Omega_k \quad (3.40)$$

Si l'on intègre la relation sur 4π , on a, pour $k \in \{x, y, z\}$:

$$j_{akk}^g(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_{ak}^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \Omega_k = A_k^g(\vec{r}) \int_{4\pi} d^2\Omega \Omega_k^2 = \frac{4\pi}{3} A_k^g(\vec{r}) \quad (3.41)$$

d'où

$$\varphi_{ak}^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{3}{4\pi} j_{akk}^g(\vec{r}) \Omega_k \quad (3.42)$$

Hypothèse de négliger les termes de corrélations angulaires

Cette approximation consiste à remplacer dans le terme source les composantes du flux antisymétrique intégré $\varphi_{ak}^g(\vec{r})$, le courant symétrique $\vec{j}_s^g(\vec{r})$ et les composantes transverses du

courant antisymétrique $j_{akk'}^g(\vec{r})$ ($k \neq k'$) par leurs valeurs moyennes sur la cellule, c'est-à-dire 0 d'après l'étude des symétries. La même manipulation est effectuée sur les composantes transverses ($k \neq k'$) du troisième terme de la première équation du système (3.35).

$$\begin{cases} \varphi_{ak}^g(\vec{r}) \rightarrow \int_V d^3r \varphi_{ak}^g(\vec{r}) = 0 \\ \vec{j}_s^g(\vec{r}) \rightarrow \int_V d^3r \vec{j}_s^g(\vec{r}) = \vec{0} \\ j_{akk'}^g(\vec{r}) \rightarrow \int_V d^3r j_{akk'}^g(\vec{r}) = 0 \quad , \quad k \neq k' \\ \varphi_{ak'}^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \Omega_k \rightarrow \int_V d^3r \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_{ak'}^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \Omega_k = \int_V d^3r j_{ak'k}^g(\vec{r}) = 0 \quad , \quad k \neq k' \end{cases} \quad (3.43)$$

Avec ces trois hypothèses, le système (3.35) prend la forme simplifiée :

$$\begin{cases} (\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} + \Sigma^g(\vec{r})) \varphi_s^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \varphi_s^{g'}(\vec{r}) - \frac{3}{4\pi} \sum_k B_k^2 j_{akk}^g(\vec{r}) \Omega_k^2 \\ (\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} + \Sigma^g(\vec{r})) \varphi_{ak}^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{3}{4\pi} \sum_{g'} \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) j_{akk}^{g'}(\vec{r}) \Omega_k + \frac{1}{4\pi} \varphi_s^g(\vec{r}) \Omega_k \quad , \quad k \in \{x, y, z\} \end{cases} \quad (3.44)$$

3.4.4 Cohérence à la limite homogène et pour une cellule homogénéisée

Afin d'assurer la cohérence avec le modèle B1 homogène à la limite d'une cellule homogène, il est nécessaire d'appliquer la correction $\frac{1}{\gamma[B, \Sigma_H^g]}$ à la seconde équation de (3.44), où Σ_H^g est la section totale homogénéisée sur la cellule par le flux :

$$\Sigma_H^g = \frac{\int_V d^3r \Sigma^g(\vec{r}) \varphi_s^g(\vec{r})}{\int_V d^3r \varphi_s^g(\vec{r})} \quad (3.45)$$

La démonstration peut s'effectuer en considérant un milieu homogène et en intégrant le système (3.44) sur l'angle solide en ayant au préalable multiplié la deuxième équation par Ω_k puis en comparant le résultat aux équations du modèle homogène (3.18).

On obtient alors :

$$\begin{cases} (\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} + \Sigma^g(\vec{r})) \varphi_s^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \varphi_s^{g'}(\vec{r}) - \frac{3}{4\pi} \sum_k B_k^2 j_{akk}^g(\vec{r}) \Omega_k^2 \\ (\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} + \Sigma^g(\vec{r})) \varphi_{ak}^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{1}{\gamma[B, \Sigma_H^g]} \left(\frac{3}{4\pi} \sum_{g'} \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) j_{akk}^{g'}(\vec{r}) \Omega_k + \frac{1}{4\pi} \varphi_s^g(\vec{r}) \Omega_k \right) \end{cases} \quad (3.46)$$

Cependant, cette correction n'est pas tout à fait suffisante dans le cas d'une cellule homogé-

néisée car la pondération des sections efficaces de transfert par le flux n'est pas capable de rendre compte des effets directionnels. On définit alors une nouvelle section efficace

$$\hat{\Sigma}_1^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) = \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) + \delta_{g,g'} \left(1 - \gamma[\Sigma_H^{g'}, B]\right) \left(\Sigma_H^{g'} - \Sigma^{g'}(\vec{r})\right) \quad (3.47)$$

qui permet de garantir la cohérence entre les modèles *B1* homogène et hétérogène sur une cellule homogénéisée. Des explications sont données dans Petrovic et al. (1996).

3.4.5 Equations *B1* hétérogènes

Avec ces corrections supplémentaires, on obtient finalement les équations des modèles TIBERE 1 et 2

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} + \Sigma^g(\vec{r}) \right) \varphi_s^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \varphi_s^{g'}(\vec{r}) - \frac{3}{4\pi} \sum_k B_k^2 j_{akk}^g(\vec{r}) \Omega_k^2 \\ \left(\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} + \Sigma^g(\vec{r}) \right) \varphi_{ak}^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{1}{\gamma[B, \Sigma_H^g]} \left(\frac{3}{4\pi} \sum_{g'} \hat{\Sigma}_1^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) j_{akk}^{g'}(\vec{r}) \Omega_k + \frac{1}{4\pi} \varphi_s^g(\vec{r}) \Omega_k \right) \end{array} \right. \quad (3.48)$$

que l'on peut transformer sous leur forme intégrale

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_s^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \varphi_s^g(\vec{r}_f, \vec{\Omega}) e^{-\tau^g(b)} \\ \quad + \frac{1}{4\pi} \int_0^b ds e^{-\tau^g(s)} \left(\sum_{g'} \hat{\Sigma}_0^{g' \rightarrow g}(\vec{r}') \varphi_s^{g'}(\vec{r}') - 3 \sum_k B_k^2 j_{akk}^g(\vec{r}') \Omega_k^2 \right) \\ \varphi_{ak}^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \varphi_{ak}^g(\vec{r}_f, \vec{\Omega}) e^{-\tau^g(b)} \\ \quad + \frac{1}{4\pi \gamma[B, \Sigma_H^g]} \int_0^b ds e^{-\tau^g(s)} \left(3 \sum_{g'} \hat{\Sigma}_1^{g' \rightarrow g}(\vec{r}') j_{akk}^{g'}(\vec{r}') \Omega_k + \varphi_s^g(\vec{r}') \Omega_k \right) \end{array} \right. \quad (3.49)$$

où \vec{r}_f est sur la frontière de la cellule et $b = |\vec{r} - \vec{r}_f|$.

Les modèles TIBERE 1 et 2 correspondent alors à deux types de conditions aux limites.

TIBERE 1

Dans le modèle TIBERE 1, le flux angulaire symétrique obéit à une loi de réflexion spéculaire à la frontière de la cellule pour laquelle l'angle de réflexion est π :

$$\varphi_s^g(\vec{r}_f, \vec{\Omega}) = \varphi_s^g(\vec{r}_f, -\vec{\Omega}) \quad (3.50)$$

Le flux anti-symétrique φ_{ak}^g suit une loi spéculaire (d'angle de réflexion π) sur une frontière parallèle à \vec{k} et une loi anti-s spéculaire sur une frontière orthogonale à \vec{k} (i.e. il est ré-émis comme un neutron négatif). En notant \vec{N} la normale unitaire sortante à la frontière :

$$\begin{cases} \varphi_{ak}^g(\vec{r}_f, \vec{\Omega}) &= \varphi_{ak}^g(\vec{r}_f, -\vec{\Omega}) & \text{si } \vec{k} \perp \vec{N} \\ &= -\varphi_{ak}^g(\vec{r}_f, -\vec{\Omega}) & \text{si } \vec{k} // \vec{N} \end{cases} \quad (3.51)$$

En multipliant la seconde équation de (3.49) par Ω_k et en suivant un procédé similaire à celui décrit dans la partie 2.1.7 (intégration sur l'angle solide et sur le volume de la cellule), on fait disparaître la source surfacique de la frontière et on obtient les équations de TIBERE 1 :

$$\begin{cases} V_j \varphi_{s,j}^g = \sum_i V_i \left(p_{ij}^g \sum_{g'} \hat{\Sigma}_{0,i}^{g' \rightarrow g} \varphi_{s,i}^g - \sum_k B_k^2 p_{ijk}^g j_{akk,i} \right) \\ V_j j_{akk,j}^g = \frac{1}{\gamma[B, \Sigma_H^g]} \sum_i V_i \left(\sum_{g'} \hat{\Sigma}_{1,i}^{g' \rightarrow g} j_{akk,i}^g + \frac{1}{3} \varphi_{s,i}^g \right) p_{ijk}^g \end{cases} \quad (3.52)$$

En plus des probabilités de première collision réduites classiques p_{ij}^g (équation (2.39)), la résolution de (3.52) nécessite le calcul des probabilités de première collision orientées réduites p_{ijk}^g :

$$p_{ijk}^g = \frac{3}{4\pi V_i} \int_{V_i^\infty} d^3 r' \int_{V_j} d^3 r \frac{e^{-\tau^g(s)}}{s^2} \Omega_k^2 \quad (3.53)$$

L'inconvénient de ce modèle est que les probabilités de collision sont calculées sur un milieu infini, ce qui peut être long et peut, dans le cas de situations de vidange périphérique de la cellule, provoquer une divergence numérique. Le modèle TIBERE 2 propose d'y remédier au prix d'une nouvelle approximation.

TIBERE 2

Dans le modèle TIBERE 2, le flux angulaire symétrique φ_s^g suit une loi de réflexion blanche (isotrope) sur la surface S et le flux anti-symétrique φ_{ak}^g est réfléchi de manière proportionnelle à Ω_k :

$$\varphi_s^g(\vec{r}_f, \vec{\Omega}) = \frac{1}{\pi S} \quad (3.54)$$

$$\varphi_{ak}^g(\vec{r}_f, \vec{\Omega}) = \frac{3\Omega_k}{\pi S \xi_k} \quad (3.55)$$

avec ξ_k un paramètre qui dépend de la forme de la surface

$$\xi_k = \frac{3}{\pi S} \int_S d^2 r_f \int_{2\pi} d^2 \Omega \Omega_k^2 |\Omega \cdot \vec{N}| \quad (3.56)$$

On montre alors (voir Petrovic et al. (1996)) que l'on obtient le système

$$\begin{cases} V_j \Sigma_j \varphi_{s,j}^g = \sum_i V_i \left(\hat{P}_{ij}^g \sum_{g'} \hat{\Sigma}_{0,i}^{g' \rightarrow g} \varphi_{s,i}^g - \sum_k B_k^2 P_{ijk}^{*g} j_{akk,i} \right) \\ V_j \Sigma_j j_{akk,j}^g = \frac{1}{\gamma[B, \Sigma_H^g]} \sum_i V_i \left(\sum_{g'} \hat{\Sigma}_{1,i}^{g' \rightarrow g} j_{akk,i}^g + \frac{1}{3} \varphi_{s,i}^g \right) \hat{P}_{ijk}^g \end{cases} \quad (3.57)$$

Dans cette équation, on a introduit les probabilités de fuites, de pénétration et de transmission classiques et directionnelles. Notons que les probabilités de collisions (non réduites) concernent ici un assemblage seul (l'intégration ne se fait pas sur un milieu V_i^∞ infini dans l'équation (2.37) mais sur le milieu V_i de la cellule). Les formules des différentes probabilités sont données dans l'annexe A.

Remarque : l'équation (3.54) suppose implicitement l'égalité des 3 bucklings $B_x^2 = B_y^2 = B_z^2$ (voir Petrovic et al. (1996)). Il est possible d'obtenir des équations plus générales, mais cela se fait au détriment du temps de calcul et ce choix est rarement fait.

3.4.6 Coefficients de fuites hétérogènes

Les modèles TIBERE 1 et 2 permettent de définir des coefficients de fuites directionnels locaux et anisotropes.

En constatant que la première équation du système (3.48) est une équation de bilan neutronique et que le dernier terme correspond au taux de fuites lié à la présence du gradient macroscopique du flux, on peut ré-écrire les taux de fuites locaux directionnels sous la forme $D_k^g(\vec{r}) B_k^2 \Omega_k^2 \varphi_s^g(\vec{r})$ pour obtenir les coefficients de fuites « uncorrected » :

$$D_k^g(\vec{r}) = \frac{j_{akk}^g(\vec{r})}{\varphi_s^g(\vec{r})} \quad (3.58)$$

Il s'agit des coefficients de fuites directionnels que l'on peut calculer avec DRAGON-3.

Le coefficient « corrected » peut être déduit en distinguant la position de la cellule dans le réacteur (pondération par la forme macroscopique du flux). Si ce coefficient est a priori plus

physique, il possède néanmoins le désavantage de dépendre de la façon dont la cellule est définie et est difficilement utilisable en pratique.

3.4.7 Introduction dans un code de réseau

Le calcul de fuites hétérogènes avec les modèles TIBERE 1 et 2 repose sur la résolution directe des équations (3.52) ou (3.57).

Si le laplacien est imposé, ces équations sont directement résolues. Si l'on effectue une recherche de laplacien critique, la condition $K_{\text{eff}} = 1$ est imposée dès le départ et la valeur propre est donc le laplacien B^2 .

Algorithmiquement, la recherche de laplacien critique se formule de la façon suivante :

- calcul des flux et courants directionnels multigroupes de l'itération $n + 1$ en fonction de la source et du laplacien de l'itération n ,
- évaluation du facteur $\gamma[B, \Sigma_H^g]$ par homogénéisation de la section efficace totale par le dernier flux obtenu,
- évaluation des laplaciens directionnels via le bilan critique des neutrons (première équation) ; on suppose souvent

$$B_x^2 = B_y^2 = B_z^2 \quad (3.59)$$

bien qu'il soit possible d'imposer deux composantes du laplacien pour en déduire la dernière.

Le calcul s'achève une fois que la convergence est atteinte sur les flux, les courants et la valeur propre.

Des techniques d'accélération reposant sur un calcul $B1$ homogène avant chaque itération externe sont possibles.

3.5 Traitement exact des fuites par la méthode des caractéristiques

Comme l'ont fait remarquer Van-Rooijen and Chiba (2011), la méthode des caractéristiques permet, contrairement à la méthode des probabilités de collision, de résoudre directement l'équation (3.8).

3.5.1 Équations de la MOC avec fuites neutroniques

Pour cela, les équations de la partie 2.1.7 doivent être modifiées pour prendre en compte le terme de fuites. Plus précisément, l'équation de transmission devient :

$$\varphi_{r,\text{out}}^g(\Gamma, \vec{\Omega}) = \varphi_{r,\text{in}}^g(\Gamma, \vec{\Omega}) e^{-(\Sigma_r^g + i\vec{B} \cdot \vec{\Omega})R_\Gamma} + Q_r^g(\vec{\Omega}) \alpha_r^g(R_\Gamma, \vec{\Omega}) \quad (3.60)$$

avec R_Γ la largeur de la région r le long de la caractéristique Γ et

$$\alpha_r^g(R_\Gamma, \vec{\Omega}) = \frac{1 - e^{-(\Sigma_r^g + i\vec{B} \cdot \vec{\Omega})R_\Gamma}}{\Sigma_r^g + i\vec{B} \cdot \vec{\Omega}} = \frac{1 - e^{-(\Sigma_r^g + i\vec{B} \cdot \vec{\Omega})R_\Gamma}}{(\Sigma_r^g)^2 + (\vec{B} \cdot \vec{\Omega})^2} (\Sigma_r^g - i\vec{B} \cdot \vec{\Omega}) \quad (3.61)$$

L'équation de bilan devient à son tour :

$$\varphi_r^g(\vec{\Omega}) = \frac{1}{\Sigma_r^g + i\vec{B} \cdot \vec{\Omega}} \left(Q_r^g(\vec{\Omega}) + \frac{1}{V_r} \sum_{\Gamma_\Omega} S_\perp (\varphi_{r,\text{in}}^g(\Gamma, \vec{\Omega}) - \varphi_{r,\text{out}}^g(\Gamma, \vec{\Omega})) \right) \quad (3.62)$$

Dans APOLLO-3, ces équations sont directement traitées en variable complexe.

Cependant, comme l'a montré Tommasi (2015), certaines propriétés de symétrie du motif calculé sont nécessaires pour assurer la qualité réelle du facteur de multiplication et des sections efficaces homogénéisées en fonction de la direction de \vec{B} .

Pour simplifier la discussion, nous nous limitons ici à des cellules 2D symétriques en espace aux frontières desquelles s'appliquent des **conditions de translation**. Il s'agit là d'une condition suffisante. Le motif peut éventuellement subir une réduction de domaine si les conditions aux limites transforment le vecteur \vec{B} en lui même ou en son opposé.

Dans ces conditions, l'équation (3.8) peut être résolue avec (3.60) et (3.62) en imposant le vecteur \vec{B} . Dans le cas d'une recherche de laplacien critique, la stratégie adoptée dans APOLLO-3 passe, comme pour le modèle de fuites homogènes, par un motif homogène. Une recherche par dichotomie peut également être envisagée.

3.5.2 Modèle B1 homogène associé à la recherche de laplacien critique

La solution critique de (3.8) est obtenue par recherche de la norme de \vec{B} sur un motif homogène, la direction du vecteur \vec{B} étant fixée une fois pour toute au début du calcul. On suppose pour l'instant que le motif est surcritique.

Si l'on intègre (3.8) sur le volume V de la cellule et que l'on effectue les manipulations algébriques de la partie 3.2.1, on obtient, après quelques simplifications liées aux hypothèses

de symétrie (hypothèses qui se traduisent par (3.37)) :

$$\begin{cases} \Sigma^g \varphi^g = \sum_{g'} \hat{\Sigma}_{s,0}^{g' \rightarrow g} \varphi^{g'} - i \vec{B} \cdot \vec{j}^g \\ \varphi^g = A^g \sum_{g'} \hat{\Sigma}_{s,0}^{g' \rightarrow g} \varphi^{g'} - i \vec{C}^g \cdot \sum_{g'} \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g} \vec{j}^{g'} \end{cases} \quad (3.63)$$

Dans ces équations, on a le flux

$$\varphi^g = \frac{1}{V} \int_V d^3 r \int_{4\pi} d^2 \Omega \varphi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (3.64)$$

ainsi que le courant de direction \hat{v}^g

$$\vec{j}^g = \frac{1}{V} \int_V d^3 r \int_{4\pi} d^2 \Omega \varphi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \vec{\Omega} = j^g \hat{v}^g \quad (3.65)$$

et on a introduit

$$A^g = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d^2 \Omega \frac{\Sigma_{\text{Re}}^g(\vec{\Omega})}{(\Sigma_{\text{Re}}^g(\vec{\Omega}))^2 + (\Sigma_{\text{Im}}^g(\vec{\Omega}) + \vec{\Omega} \cdot \vec{B})^2} \quad (3.66)$$

et

$$\vec{C}^g = \frac{3}{4\pi} \int_{4\pi} d^2 \Omega \frac{(\Sigma_{\text{Im}}^g(\vec{\Omega}) + \vec{B} \cdot \vec{\Omega}) \vec{\Omega}}{(\Sigma_{\text{Re}}^g(\vec{\Omega}))^2 + (\Sigma_{\text{Im}}^g(\vec{\Omega}) + \vec{\Omega} \cdot \vec{B})^2} \quad (3.67)$$

On voit apparaître dans ces coefficients les parties réelle et imaginaire de la section efficace totale homogénéisée sur le motif (qui a dans ce modèle une dépendance angulaire contrairement au modèle homogène classique)

$$\Sigma^g(\vec{\Omega}) = \frac{1}{V \varphi^g(\vec{\Omega})} \int_V d^3 r \Sigma^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \varphi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \Sigma_{\text{Re}}^g(\vec{\Omega}) + i \Sigma_{\text{Im}}^g(\vec{\Omega}) \quad (3.68)$$

et la section efficace $\Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g}$ qui est homogénéisée de façon à conserver le taux de réaction $P1$

$$\Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g} \vec{j}^{g'} \cdot \vec{\Omega} = \frac{1}{V} \int_V d^3 r \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \vec{j}^{g'}(\vec{r}) \cdot \vec{\Omega} \quad (3.69)$$

Cette section efficace est réelle car on montre que les propriétés de symétrie impliquent que \vec{j}^g est imaginaire pur tout comme le terme de droite ($\Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g}(\vec{r})$ est symétrique en espace).

En multipliant les deux membres de (3.69) par $\vec{\Omega}$ et en intégrant sur l'angle solide après un développement du terme de droite en harmoniques sphériques on obtient

$$\Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g} \vec{j}^{g'} = \frac{3}{4\pi V} \int_V d^3 r \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \sum_{m=-1}^1 \varphi_1^{m,g'}(\vec{r}) \int_{4\pi} d^2 \Omega R_1^m(\vec{\Omega}) \vec{\Omega} \quad (3.70)$$

avec $R_1^m(\vec{\Omega})$ les harmoniques sphériques réelles d'ordre 1 (définies dans Hébert (2009)) et

$$\varphi_1^{m,g'}(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega R_1^m(\vec{\Omega}) \varphi^{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (3.71)$$

La dépendance angulaire de (3.70) est supprimée en prenant le produit scalaire de l'équation par $\hat{v}^{g'}$. On a alors l'expression de $\Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g}$

$$\Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g} = \frac{3}{4\pi V j^{g'}} \int_V d^3r \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \sum_{m=-1}^1 \varphi_1^{m,g'}(\vec{r}) \int_{4\pi} d^2\Omega R_1^m(\vec{\Omega}) \vec{\Omega} \cdot \hat{v}^{g'} \quad (3.72)$$

Dans le système (3.63), une hypothèse supplémentaire est faite sur la direction du courant qui est supposée indépendante du groupe et que l'on note alors \hat{v} . On obtient le système

$$\begin{cases} \Sigma^g \varphi^g = \sum_{g'} \hat{\Sigma}_{s,0}^{g' \rightarrow g} \varphi^{g'} - iB j^g \\ \varphi^g = A^g \sum_{g'} \hat{\Sigma}_{s,0}^{g' \rightarrow g} \varphi^{g'} - iB C^g \sum_{g'} \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g} j^{g'} \end{cases} \quad (3.73)$$

avec

$$B = \vec{B} \cdot \hat{v} \quad (3.74)$$

et la nouvelle définition

$$C^g = \frac{3}{4\pi B} \int_{4\pi} d^2\Omega \frac{(\Sigma_{\text{Im}}^g(\vec{\Omega}) + \vec{B} \cdot \vec{\Omega}) \vec{\Omega} \cdot \hat{v}}{(\Sigma_{\text{Re}}^g(\vec{\Omega}))^2 + (\Sigma_{\text{Im}}^g(\vec{\Omega}) + \vec{\Omega} \cdot \vec{B})^2} \quad (3.75)$$

C'est le système qui est résolu pour la recherche de laplacien critique avec le modèle de fuites hétérogènes d'APOLLO-3. Il permet d'obtenir la projection de \vec{B} sur la direction du courant \hat{v} , c'est-à-dire une estimation de la norme de \vec{B} car les deux directions ne doivent pas beaucoup différer.

Les fuites sont alors traitées de manière « exacte » en couplant la résolution de (3.8) et de (3.73) dans un algorithme similaire à celui de la partie 3.2.4. Cet algorithme converge vers $K_{\text{eff}} = 1$ pour une loi de choc P1. Si l'on utilise une loi de choc d'ordre supérieur, la convergence vers 1 n'est, en toute rigueur, pas assurée et il faudrait définir des équations B_N à la place de (3.73).

Dans le cas d'un motif sous-critique, les fuites sont en fait des sources neutroniques (localisées à l'infini) : \vec{B} est imaginaire pur et toutes les quantités apparaissant dans (3.8) sont réelles.

Le système (3.73) est encore valable à condition de remplacer A^g et C^g par

$$A^g = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d^2\Omega \frac{1}{\Sigma^g(\vec{\Omega}) + \vec{\Omega} \cdot \vec{B}} \quad (3.76)$$

et

$$C^g = \frac{3}{4\pi B} \int_{4\pi} d^2\Omega \frac{\vec{\Omega} \cdot \hat{v}}{\Sigma^g(\vec{\Omega}) + \vec{\Omega} \cdot \vec{B}} \quad (3.77)$$

3.5.3 Autre méthode

Une autre méthode permettant d'obtenir la norme de \vec{B} pour la recherche de laplacien critique a également été envisagée et programmée dans APOLLO-3. Il s'agit d'une méthode d'interpolation/extrapolation $B^2 = f(K_{\text{eff}})$ qui s'exprime ainsi :

- Initialisation :
 - $B_0^2 = 0$ et calcul de $K_0 = K(B_0^2)$
 - calcul de B_1^2 avec le modèle homogène classique (équations (3.18))
- Pour $n \geq 1$:
 - calcul de $K_n = K(B_n^2)$
 - interpolation/extrapolation de B_{n+1}^2 correspondant à $K = 1$ à partir des points $\{K_{n-1}, B_{n-1}^2\}$ et $\{K_n, B_n^2\}$

Cette méthode est valable si la fonction $B^2 = f(K_{\text{eff}})$ est monotone.

3.6 Homogénéisation/condensation de la section efficace de transfert d'ordre 1

En intégrant l'équation de transport sur le motif calculé avec loi de choc d'ordre 1, on montre que le bilan neutronique est préservé entre le motif hétérogène en maillage énergétique fin et le motif homogène avec un nombre de groupes restreints si l'on utilise une simple pondération par le flux scalaire (équations de la partie 2.2.3).

Cependant, l'intégration de l'équation de transport fait disparaître le terme de diffusion anisotrope d'ordre 1. Si la théorie de la diffusion est utilisée pour le calcul de réacteur, cela n'a pas d'importance car ce terme n'apparaît pas. En théorie du transport en revanche, un processus d'identification supplémentaire est nécessaire pour définir $\Sigma_{s,1}^{G' \rightarrow G}$.

3.6.1 Avec le modèle TIBERE

Dans le formalisme de Benoist, les trois courants directionnels peuvent être utilisés pour homogénéiser/condenser cette section efficace de façon à préserver le taux de fuites.

D'après Marleau (1999), la section efficace de transfert $P1$ résultante s'écrit alors :

$$\Sigma_{s,1}^{G' \rightarrow G} = \frac{1}{B^2 j^{G'}} \sum_{k=1}^3 B_k^2 \Sigma_{s,1,k}^{G' \rightarrow G} j_k^{G'} \quad (3.78)$$

où l'on note le courant directionnel intégré en espace :

$$j_k^{G'} = \frac{1}{V} \sum_{g' \in G'} \int_V d^3 r \, j_{akk}^{g'}(\vec{r}) \quad (3.79)$$

ainsi que le courant total pondéré par les laplaciens directionnels :

$$j^{G'} = \frac{1}{B^2} \sum_{k=1}^3 B_k^2 j_k^{G'} \quad (3.80)$$

et la section efficace directionnelle $P1$ homogénéisée / condensée :

$$\begin{aligned} \Sigma_{s,1,k}^{G' \rightarrow G} = & \frac{1}{V j_k^{G'}} \sum_{g' \in G'} \sum_{g \in G} \int_V d^3 r \left(\Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \right. \\ & \left. + \delta_{g,g'} \left(\gamma[\Sigma_H^{G'}, B] \Sigma_H^{G'} + (1 - \gamma[\Sigma_H^{g'}, B]) \Sigma_H^{g'} - \Sigma^{g'}(\vec{r}) \right) \right) j_{akk}^{g'}(\vec{r}) \end{aligned} \quad (3.81)$$

3.6.2 Avec le modèle de fuites hétérogènes d'APOLLO-3

Avec la méthode des caractéristiques, le flux angulaire peut être utilisé pour calculer $\Sigma_{s,1}^{G' \rightarrow G}$. Cela est vrai même sans utilisation d'un modèle de fuites mais, dans ce cas, l'intégrale du courant sur le volume V de la cellule doit être nulle. En revanche, si l'on résoud (3.8) avec \vec{B} non nul, la projection du courant de fuites sur \vec{B} n'est globalement pas nulle et on peut l'utiliser pour calculer la section efficace de transfert $P1$ selon la formule :

$$\Sigma_{s,1}^{G' \rightarrow G} = \frac{1}{V \vec{j}^{G'} \cdot \vec{B}} \sum_{g' \in G'} \sum_{g \in G} \int_V d^3 r \, \Sigma_{s,1}^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \vec{j}^{g'}(\vec{r}) \cdot \vec{B} + \delta_{G,G'} \left(\Sigma_H^{G'} - \Sigma_{Hj}^{G'} \right) \quad (3.82)$$

avec la section totale homogénéisée et condensée par le courant :

$$\Sigma_{Hj}^{G'} = \frac{1}{V \vec{j}^{G'} \cdot \vec{B}} \sum_{g' \in G'} \int_V d^3 r \, \Sigma^{g'}(\vec{r}) \vec{j}^{g'}(\vec{r}) \cdot \vec{B} \quad (3.83)$$

CHAPITRE 4 SIMULATION DES FUITES POUR UN RNR-NA

Nous allons dans ce chapitre nous intéresser à la simulation des fuites neutroniques pour le calcul d'un coeur simplifié de RNR-Na en théorie de la diffusion.

Nous commencerons par justifier le choix de la bibliothèque de sections efficaces et des différentes options de modélisation en résolvant l'équation de transport sur des géométries hexagonales d'aiguilles et d'assemblages. Le processus de génération des sections efficaces et des coefficients de diffusion à l'aide de différentes procédures (sans fuites, avec le modèle de fuites homogènes et avec le modèle de fuites hétérogènes de Benoist) sera ensuite commenté. Différents coeurs de RNR-Na seront enfin calculés avec ces sections efficaces et coefficients de diffusion.

4.1 Validations préliminaires

Les données nucléaires sont issues de l'évaluation ENDF/B-VII. Cinq découpages énergétiques pour ces données seront comparés, comportant respectivement 172, 281, 295, 315 et 361 groupes.

Le découpage à 172 groupes, dit « XMAS », est un découpage classique utilisé pour les réacteurs à eau. Les maillages à 281 et 361 groupes, dits « SHEM », sont des découpages utilisés dans des schémas de calculs pour les REP au CEA et à Electricité De France (EDF) (voir Hfaiedh (2006) et Hébert and Santamarina (2008)). Le maillage à 295 groupes correspond à une réduction du nombre de groupes en dessous de 22,5 eV à partir du maillage SHEM-361 et a été proposé par Alain Hébert. Le maillage à 315 groupes, destiné à des applications RNR, s'en déduit en augmentant le nombre de groupes entre 1 et 10 keV et en rendant compatible les bornes énergétiques avec une condensation à 33 groupes (structure ECCO). On peut trouver en annexe D des informations sur les découpages à 172 et 315 groupes.

Notons que, pour des réacteurs à neutrons rapides, un découpage à 1968 groupes est souvent recommandé mais n'était pas disponible à l'IGN au moment où ce travail a été effectué. S'il serait souhaitable de reprendre les calculs avec un tel maillage pour améliorer la qualité des simulations, nous verrons qu'un traitement avec moins de groupes permet néanmoins d'obtenir des valeurs de sections efficaces « satisfaisantes » et d'apprécier les différences entre modèles pour le traitement des fuites neutroniques.

Concernant l'autoprotection des résonnances, un traitement par une méthode de sous-groupes couplée au calcul de flux, permettant de prendre en compte la source de fission en plus de la

source de ralentissement, est également recommandé d'après Rimpault et al. (2014). Cependant, un tel traitement n'est pas disponible dans DRAGON-3 et l'autoprotection sera traitée par la méthode de Stamm'ler généralisée (voir Hébert and Marleau (1991)) qui repose sur un principe d'équivalence hétérogène/homogène pour le calcul de la section efficace équivalente de dilution et l'interpolation des intégrales effectives. Nous discuterons plus loin de la pertinence d'une telle approche.

4.1.1 Calcul de cellules fissiles

Pour commencer, une cellule fissile est calculée avec le code déterministe DRAGON-3. Les résultats sont comparés à un calcul de référence effectué avec SERPENT 1.19.

Combustible neuf

La cellule est constituée d'une pastille de combustible de rayon $r_c = 0,2780$ cm, est entourée d'une gaine en acier de rayon externe $r_g = 0,3250$ cm et est plongée dans du sodium. Le pas de réseau est $p = 0,787$ cm. Les températures considérées sont $T_c = 900$ K pour le combustible et $T = 600$ K pour la gaine et le sodium. La composition des différents éléments est donnée dans le tableau 4.1.

Combustible (10^{24} atomes/cm ³)		Gaine (10^{24} atomes/cm ³)		Sodium (10^{24} atomes/cm ³)	
U235	$4,05533 \cdot 10^{-3}$	Cr	$1,70869 \cdot 10^{-2}$	Na23	$2,22996 \cdot 10^{-2}$
U238	$1,34125 \cdot 10^{-2}$	Fe	$6,22138 \cdot 10^{-2}$		
Pu238	$3,73867 \cdot 10^{-6}$	Ni	$1,09488 \cdot 10^{-2}$		
Pu239	$2,86037 \cdot 10^{-3}$	Mo	$1,23109 \cdot 10^{-3}$		
Pu240	$7,12946 \cdot 10^{-4}$				
Pu241	$9,82311 \cdot 10^{-5}$				
Pu242	$2,02221 \cdot 10^{-5}$				
Am241	$2,36060 \cdot 10^{-5}$				
O16	$4,24384 \cdot 10^{-2}$				

Tableau 4.1 Cellule 1 : composition

Dans DRAGON, les noyaux lourds sont autoprotégés avec la méthode de Stamm'ler (le facteur de Goldstein-Cohen pour le modèle de résonance intermédiaire est stocké dans les bibliothèques de sections efficaces). Pour le calcul de flux, le combustible et la gaine sont

discrétisés en 5 et 2 zones radiales et l'hexagone est subdivisé en 6x9 triangles équilatéraux. La méthode des probabilités de collision est employée. Des conditions aux frontières de réflexion isotrope sont appliquées, ce choix étant motivé par le fait que, dans le cas d'un calcul avec modèle de fuites hétérogènes, ce sont les conditions aux limites effectivement considérées (modèle TIBERE-2, voir partie 3.4.5). La modélisation DRAGON de la cellule est donnée sur la figure 4.1.

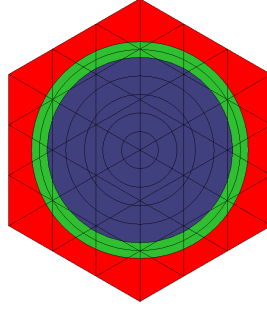


Figure 4.1 Cellule 1 : modélisation DRAGON

Avec SERPENT, 550 batchs de 50000 neutrons sont simulés. Les 50 premiers batchs ne sont pas comptabilisés et permettent d'atteindre la convergence sur les sources de fission.

Une homogénéisation totale de la cellule est réalisée, doublée d'une condensation à 33 groupes (voir annexe D). Les résultats sont présentés dans le tableau 4.2 et sur les figures 4.2 à 4.5 avec une incertitude à $\pm 3 \sigma$ pour les sections efficaces et à $\pm 1 \sigma$ pour K_{eff} . Le flux est normalisé à une valeur arbitraire et les formules suivantes sont utilisées pour l'écart en réactivité

$$\Delta\rho = 10^5 \left(\frac{1}{K_{\infty}^{\text{SERPENT}}} - \frac{1}{K_{\infty}^{\text{DRAGON}}} \right) \quad (4.1)$$

et l'écart relatif sur les sections efficaces

$$\Delta_r \Sigma = 100 \frac{\Sigma^{\text{DRAGON}} - \Sigma^{\text{SERPENT}}}{\Sigma^{\text{SERPENT}}} \quad (4.2)$$

	SERPENT	DRAGON 172G	281G	295G	315G	361G
K_{∞}	$1,80463 \pm 11 \text{ pcm}$	1,80467	1,79996	1,79981	1,79991	1,79981
$\Delta\rho \text{ (pcm)}$		+ 1	- 144	- 148	- 145	- 148

Tableau 4.2 Cellule 1 : K_{∞}

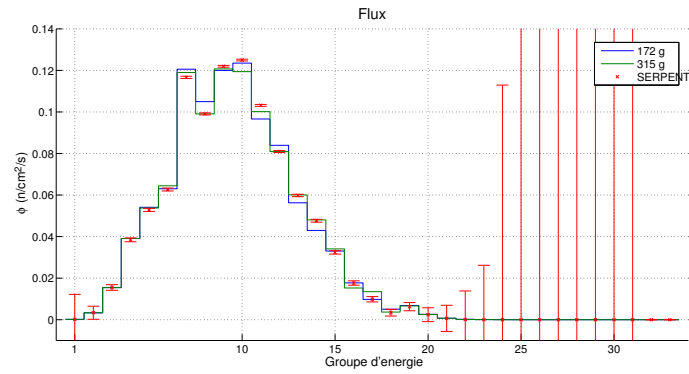
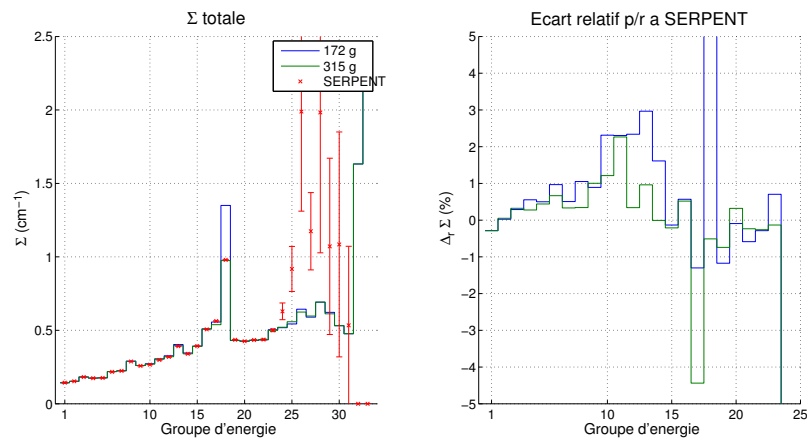
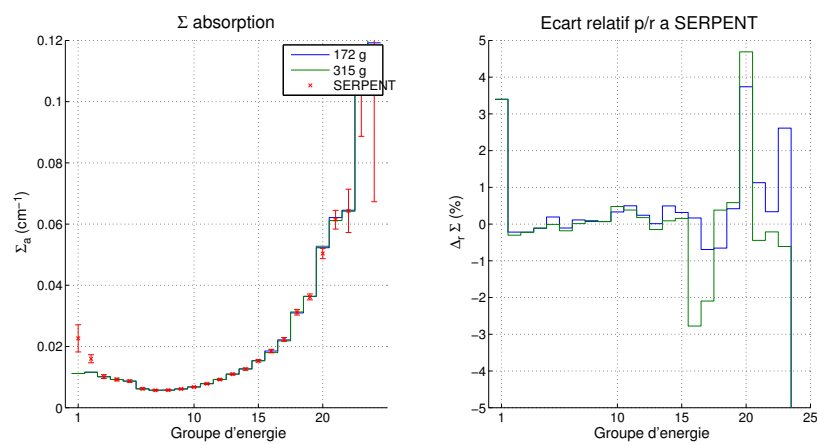


Figure 4.2 Cellule 1 : spectre du flux

Figure 4.3 Cellule 1 : section efficace totale Σ Figure 4.4 Cellule 1 : section efficace d'absorption Σ_a

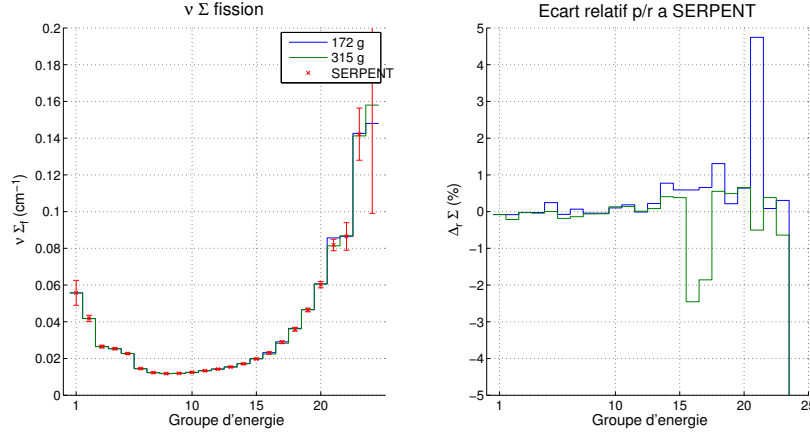


Figure 4.5 Cellule 1 : section efficace de production $\nu\Sigma_f$

Tout d'abord, remarquons que la structure énergétique des bibliothèques à 281, 295 et 361 groupes n'est pas compatible avec une condensation à 33 groupes cohérente avec la structure ECCO et c'est pourquoi nous n'avons pas présentés les résultats sur les graphiques. Étant donnée la convergence que l'on observe sur le K_∞ entre les 4 bibliothèques issues du maillage SHEM-281, on peut raisonnablement supposer que la bibliothèque à 315 groupes est représentative de toutes ces bibliothèques.

On voit que la bibliothèque XMAS à 172 groupes donne une excellente estimation du K_∞ ($\Delta\rho = +1$ pcm) et que toutes les autres bibliothèques concordent sur une valeur de K_∞ légèrement moins bonne ($\Delta\rho \approx -145$ pcm), mais satisfaisante.

Globalement, la forme du spectre énergétique des neutrons est respectée avec les deux bibliothèques comme le montre la figure 4.2. Si l'on effectue une comparaison groupe par groupe on voit que :

- la bibliothèque à 315 groupes présente un meilleur accord avec la référence dans les groupes 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14 et 18 ;
- la bibliothèque à 172 groupes présente un meilleur accord dans les groupes 10, 15, 16 et 17 ;
- dans les autres groupes, il n'y a pas de différences notables.

A partir du groupe 24, on voit que la densité neutronique devient négligeable. Ainsi, il est difficile de quantifier les différences entre les bibliothèques, d'autant plus que l'erreur statistique du calcul stochastique est grande. Notons que cela a peu d'importance pratique, la faible quantité de neutrons dans ces groupes impliquant des taux de réactions moindres. Cela explique cependant que la plupart des graphiques ne présentent pas de résultats pour les groupes 25 à 33.

En ce qui concerne les sections efficaces, on voit sur les courbes de gauche des figures 4.3 à 4.5 que les valeurs calculées par DRAGON sont cohérentes avec SERPENT et bien souvent comprises dans la barre d'erreur à 3σ autour du résultat de référence. Quelques commentaires doivent cependant être faits.

Pour la section efficace totale Σ , on observe sur la figure 4.3 un écart important avec le découpage XMAS dans le groupe 18. Cela s'explique par la présence de la grande résonance de diffusion du sodium à 2,85 keV, la section efficace totale du Na23 augmentant d'environ 400 barns sur une plage d'énergie comprise entre 2,03 et 3,35 keV (voir annexe E). Le découpage à 315 groupes est plus adapté pour traiter ce phénomène car cette plage énergétique est séparée en sept sous-intervalles contre deux avec XMAS. On voit par ailleurs que l'écart relatif sur la section efficace totale avec la référence est bien souvent plus faible avec 315 groupes.

Pour la section efficace d'absorption Σ_a , les résultats sont comparables à 172 et 315 groupes. La différence qui apparait dans les deux premiers groupes sur la courbe de gauche de la figure 4.4 ne provient pas d'un effet physique mais d'une différence de définition. En effet, dans DRAGON la contribution des réactions $(n, 2n)$ et $(n, 3n)$ est comptabilisée dans la section efficace de diffusion de la manière suivante $\Sigma_s = \Sigma_{(n,n)} + 2\Sigma_{(n,2n)} + 3\Sigma_{(n,3n)} + ..$ et la section efficace d'absorption est définie directement par $\Sigma_{a,D} = \Sigma - \Sigma_s$ (ce qui correspond à compter 2 absorptions par réaction $(n, 2n)$, 3 par $(n, 3n)$...). Dans SERPENT, une seule absorption est comptée par réaction (n, xn) . Si l'on ajuste adéquatement la contribution des réactions (n, xn) , qui ne sont importantes qu'à hautes énergies (réactions à seuil), les deux sections efficaces d'absorption deviennent cohérentes. Ce processus a été fait sur le graphique de droite (erreur relative) de la figure 4.4.

Pour la section efficace de production $\nu\Sigma_f$, les résultats sont bons.

Pour la suite des études, nous choisirons le découpage à 315 groupes qui donne de meilleurs résultats sur le calcul de la section efficace totale et permet notamment de mieux traiter la diffusion résonnante des neutrons sur le sodium. Avec ce découpage, les sections efficaces sont calculées avec une précision bien souvent inférieure au %, à l'exception de certaines valeurs ponctuelles (groupes 10, 11 et 16 pour Σ , groupes 1, 16, 17 et 20 pour Σ_a , groupes 16, 17 pour $\nu\Sigma_f$ et au-delà du groupe 24 dans lesquels la densité neutronique devient négligeable).

Remarque : il est raisonnable de penser qu'un gain significatif en précision serait possible en utilisant un maillage énergétique à 1968 groupes et un traitement de l'autoprotection avec une méthode de sous-groupes. Ceci n'a cependant pas été réalisé dans le cadre de ce travail de recherche.

Combustible irradié

Une aiguille contenant du combustible irradiée est maintenant calculée. Le rayon de la pastille est $r_c = 0,4893$ cm. Celui de la gaine en acier ODS est $r_g = 0,5419$ cm et le pas de réseau est $p = 1,1897$ cm.

Les compositions du combustible ($T_c = 1500$ K) et de la gaine ($T = 600$ K) sont données dans les tableaux 4.3 et 4.4. On a aussi rajouté la composition d'un tube hexagonal (TH) en acier EM10 qui servira lors du calcul d'assemblage. Les propriétés du sodium sont évaluées à 600 K. Les dimensions et compositions de la cellule sont inspirées de l'article de Blanchet et al. (2011).

	Concentration (10^{24} atomes/cm ³)		Concentration (10^{24} atomes/cm ³)
O16	$4,2825 \cdot 10^{-2}$	Pu242	$3,1762 \cdot 10^{-4}$
U234	$1,6555 \cdot 10^{-6}$	Am241	$3,6419 \cdot 10^{-5}$
U235	$2,9137 \cdot 10^{-5}$	Am242	$1,5317 \cdot 10^{-8}$
U236	$4,7679 \cdot 10^{-6}$	Am242m	$1,3853 \cdot 10^{-6}$
U238	$1,8322 \cdot 10^{-2}$	Am243	$2,9501 \cdot 10^{-5}$
Np237	$5,5220 \cdot 10^{-6}$	Cm242	$2,7086 \cdot 10^{-6}$
Np239	$4,8411 \cdot 10^{-6}$	Cm243	$1,4828 \cdot 10^{-7}$
Pu238	$8,6992 \cdot 10^{-5}$	Cm244	$5,1600 \cdot 10^{-6}$
Pu239	$1,8845 \cdot 10^{-3}$	Cm245	$2,9876 \cdot 10^{-7}$
Pu240	$1,0108 \cdot 10^{-3}$	Cm246	$9,5184 \cdot 10^{-9}$
Pu241	$2,0474 \cdot 10^{-4}$	Mo	$2,7413 \cdot 10^{-3}$

Tableau 4.3 Cellule 2 : composition du combustible

Acier ODS (gaine) (10^{24} atomes/cm ³)		Acier EM10 (TH) (10^{24} atomes/cm ³)		Caloporteur (10^{24} atomes/cm ³)	
C12	$3,5740.10^{-4}$	C12	$3,8254.10^{-4}$	Na23	$2,1924.10^{-2}$
O16	$3,9924.10^{-4}$	Si	$4,9089.10^{-4}$		
Ti	$5,3824.10^{-4}$	Ti	$1,9203.10^{-5}$		
Cr	$1,7753.10^{-2}$	Cr	$7,5122.10^{-3}$		
Fe	$5,3872.10^{-2}$	Fe	$7,3230.10^{-2}$		
Ni	$3,6588.10^{-4}$	Ni	$3,9162.10^{-4}$		
Mn	$2,3441.10^{-4}$	Mn	$4,1817.10^{-4}$		
P31	$2,7718.10^{-5}$	Mo	$4,7925.10^{-4}$		
Al27	$9,1482.10^{-3}$				
Co59	$2,1852.10^{-4}$				
Cu	$1,0135.10^{-4}$				
Y	$2,6616.10^{-4}$				

Tableau 4.4 Cellule 2 : composition des structures

Les K_{∞} calculés avec DRAGON (bibliothèque à 315 groupes) et SERPENT sont comparés dans le tableau 4.5. On observe un écart significatif entre les deux codes, ce qui n'est pas étonnant étant donné la présence importante d'actinides mineurs et de certains isotopes de la gaine (Fe56, Al27 ...) présentant des résonnances qui auraient sans doute mérité un traitement plus fin de la variable énergie.

	SERPENT	DRAGON
K_{∞}	$1,19828 \pm 33$ pcm	1,211017
$\Delta\rho$ (pcm)		+ 878

Tableau 4.5 Cellule 2 : K_{∞}

Le spectre du flux homogénéisé et condensé à 33 groupes est présenté sur la figure 4.6. Sur les figures 4.7 à 4.9, nous avons reporté les valeurs de certaines sections efficaces d'intérêt homogénéisées/condensées ainsi que l'écart relatif entre les deux codes.

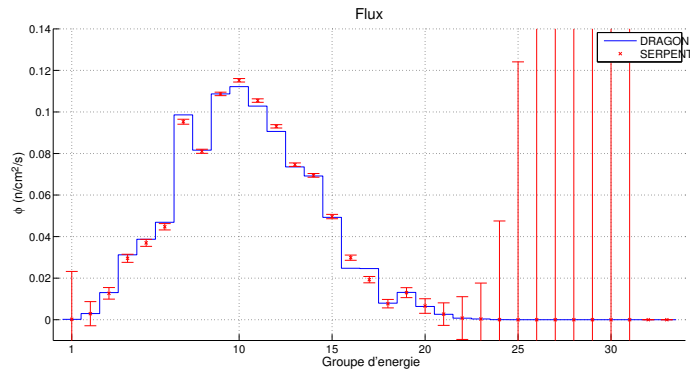
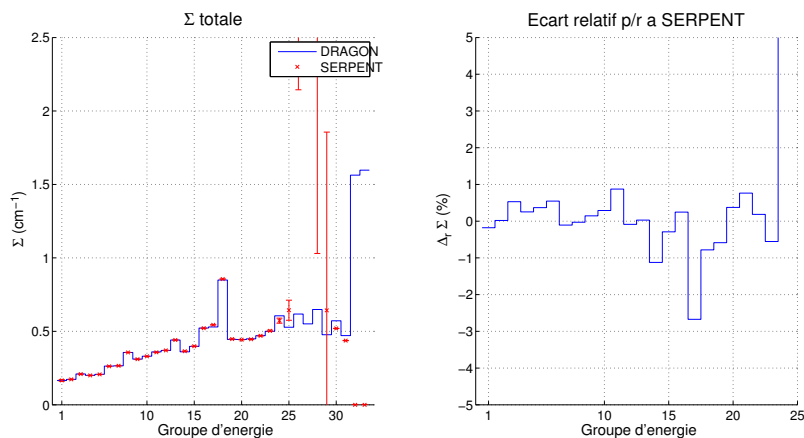


Figure 4.6 Cellule 2 : spectre du flux

On voit que malgré tout, nous sommes capables de rendre compte de la forme du spectre avec DRAGON.

Figure 4.7 Cellule 2 : section efficace totale Σ

Pour la section efficace totale, l'écart relatif code à code est inférieur à 1% presque partout, sauf dans les groupes 14 (-1,1%), 17 (-2,7%) et dans les groupes les moins rapides pour lesquels la densité neutronique est négligeable (écarts supérieurs à 5%, à considérer au regard de la grande dispersion statistique des valeurs SERPENT).

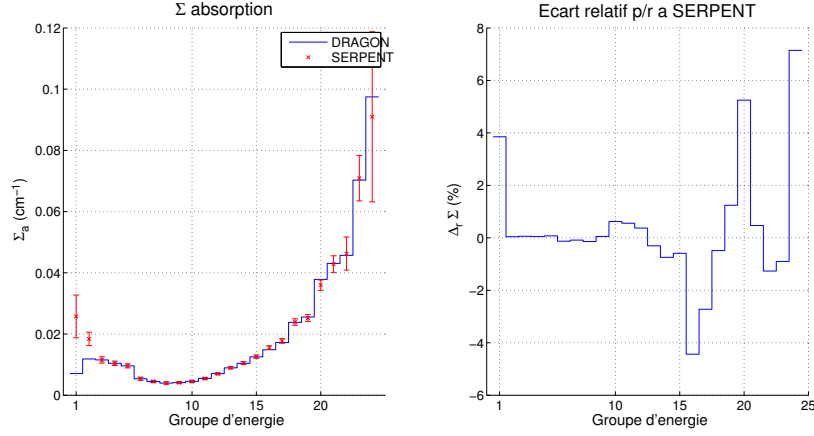


Figure 4.8 Cellule 2 : section efficace d'absorption Σ_a

Pour la section efficace d'absorption, l'écart code à code (avec la correction pour les réactions (n, xn)) est inférieur à 1% presque partout avec des résultats légèrement moins bons dans les groupes 1, 16, 17, 20 (de l'ordre de 3-5 %) et à basse énergie.

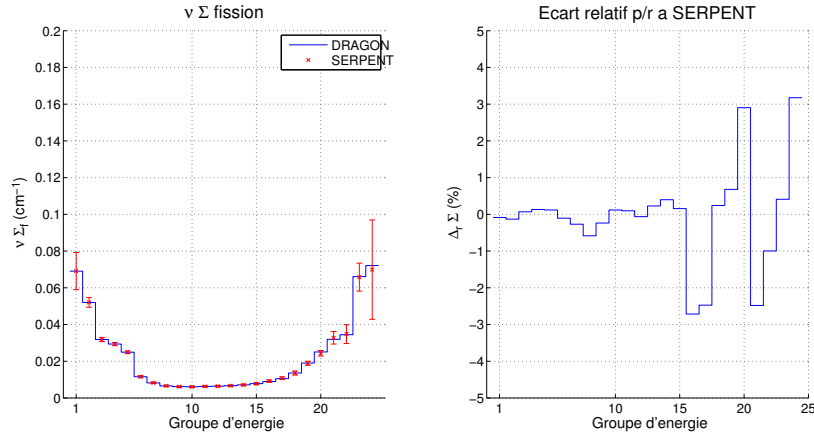


Figure 4.9 Cellule 2 : section efficace de production $\nu\Sigma_f$

On observe des résultats similaires sur la section efficace de production $\nu\Sigma_f$: accord à 1% presque partout à l'exception de quatre groupes pour lesquels l'écart est compris entre 2% et 3% (groupes 16, 17, 20 et 21) et des groupes de la partie basse du spectre.

Ainsi, on voit que la méthodologie employée dans DRAGON permet de générer des sections efficaces homogénéisées / condensées avec une précision de l'ordre de 1% dans la grande majorité des cas. La partie basse du spectre est assez mal traitée mais il est a priori possible

de passer outre étant donné que les neutrons sont absorbés assez tôt dans l'histoire de leur ralentissement. Enfin, certains groupes épithermiques présentant une densité neutronique non négligeable sont parfois mal traités, mais nous devons nous en accommoder faute de disposer d'autres méthodes.

4.1.2 Calcul d'assemblages fissiles

Nous allons maintenant effectuer des analyses similaires au niveau de l'assemblage. La validation du calcul de ces structures est particulièrement importante puisqu'il s'agit des briques élémentaires desquelles nous tirerons les sections efficaces à fournir aux calculs de réacteurs. La bibliothèque à 315 groupes d'énergie sera utilisée et les résultats condensés à 24 groupes en fusionnant les 10 derniers groupes de la structure ECCO (voir annexe D).

Combustible neuf

L'assemblage est constitué de 91 aiguilles ($r_c = 0,28109$ cm, $r_g = 0,316225$ cm et $p = 0,76296$ cm). La composition des différents éléments est celle donnée dans le tableau 4.1. Le réseau d'aiguilles est inséré dans un TH en acier de même composition que la gaine et d'entreplat 0,19074 cm. Le pas du réseau d'assemblages est $P = 8,18170$ cm. On ne considère pas de lame de sodium externe pour l'instant. La géométrie est représentée sur la figure 4.10.

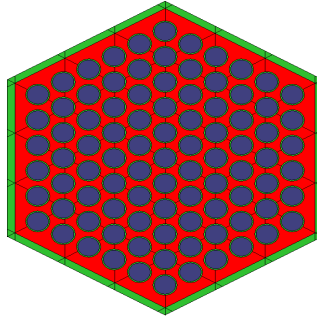


Figure 4.10 Assemblage fissile 1 : modélisation DRAGON

Dans DRAGON, la symétrie de $1/12^{\text{ème}}$ d'assemblage est prise en compte manuellement avec le module MRG :. L'autoprotection est traitée de deux façons différentes :

- soit en considérant que toutes les aiguilles partagent la même structure fine de flux,
- en distinguant les aiguilles proches du TH ainsi que les 6 aiguilles des sommets de l'hexagone, chaque aiguille étant séparée en deux couronnes, pour un total de 3×2 zones d'autoprotection.

Le caloporteur est divisé en 6x9 régions pour le calcul de flux et une condition de réflexion isotrope est appliquée aux frontières.

Dans SERPENT, 680 batchs (dont 80 non utilisés dans le décompte) de 60000 neutrons sont simulés. La symétrie maximale permise par le code est de 1/6^{ème} d'assemblage.

On obtient les valeurs de K_∞ dans le tableau 4.6.

	SERPENT	DRAGON - 1 zone autop	3x2 zones autop
K_∞	$1,76404 \pm 14$ pcm	1,75690	1,75708
$\Delta\rho$ (pcm)		- 231	-224

Tableau 4.6 Assemblage fissile 1 : K_∞

On observe un bon accord entre DRAGON et SERPENT avec une seule zone d'autoprotection ($\Delta\rho = -231$ pcm). L'accord est légèrement meilleur avec trois zones d'autoprotection, sans que cela soit très significatif.

Par ailleurs, une discrétisation plus raffinée des aiguilles périphériques a été testée (séparation en deux parallèlement au TH) mais le gain en précision est négligeable ($< 0,1$ pcm).

Sur la figure 4.11 est représenté le spectre du flux homogénéisé sur l'assemblage et condensé à 24 groupes. On voit que la forme du spectre est globalement respectée, avec néanmoins des écarts significatifs dans certains groupes (par exemple dans le groupe 10).

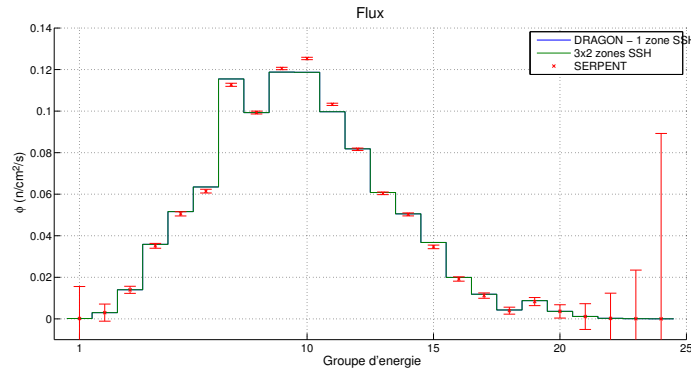


Figure 4.11 Assemblage fissile 1 : spectre du flux

Les sections efficaces totale, d'absorption et de production sont représentées sur les figures 4.12 à 4.14. Dans la partie basse du spectre, la variabilité statistique étant importante pour les résultats obtenus avec SERPENT, les valeurs des sections efficaces sont peu fiables. Nous ne commenterons pas en particulier les données du groupe 24.

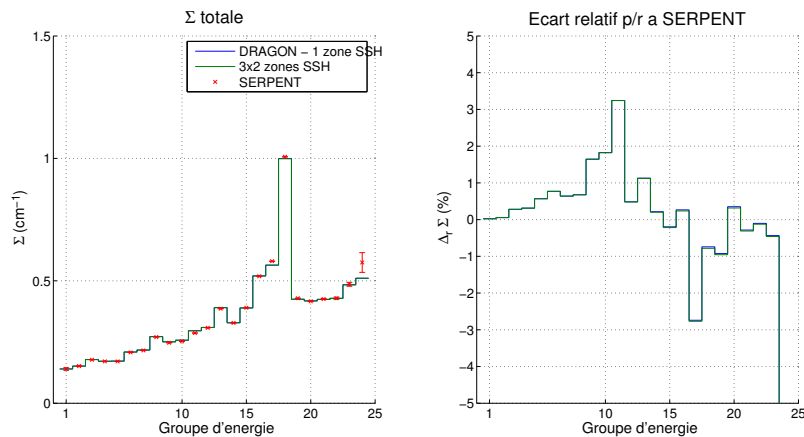


Figure 4.12 Assemblée fissile 1 : section efficace totale Σ

La section efficace totale est globalement bien calculée par DRAGON en considérant une seule zone d'autoprotection : l'écart relatif avec SERPENT est inférieur au % dans la majorité des groupes, sauf dans les groupes 9, 10, 11, 13 et 17 où il est de l'ordre de 2 ou 3 %. La distinction des zones d'autoprotection n'améliore pas la qualité des résultats.

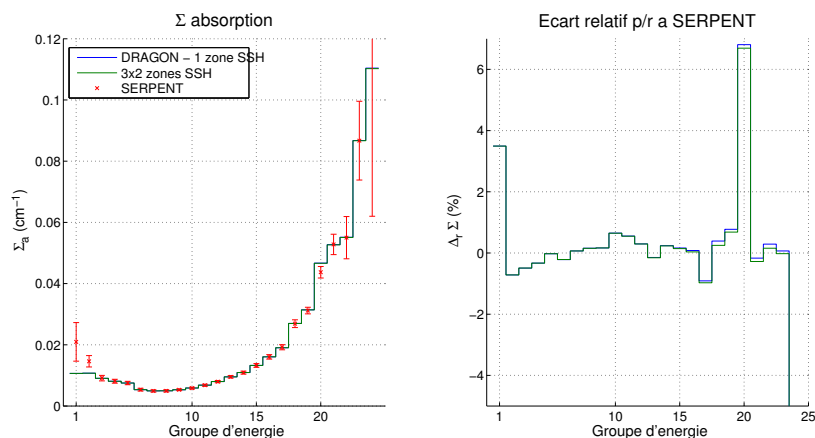


Figure 4.13 Assemblée fissile 1 : section efficace d'absorption Σ_a

De même, la section efficace d'absorption est très bien calculée avec une zone d'autoprotection, sauf dans les groupes 1 (3,5%) et 20 (6,8%).

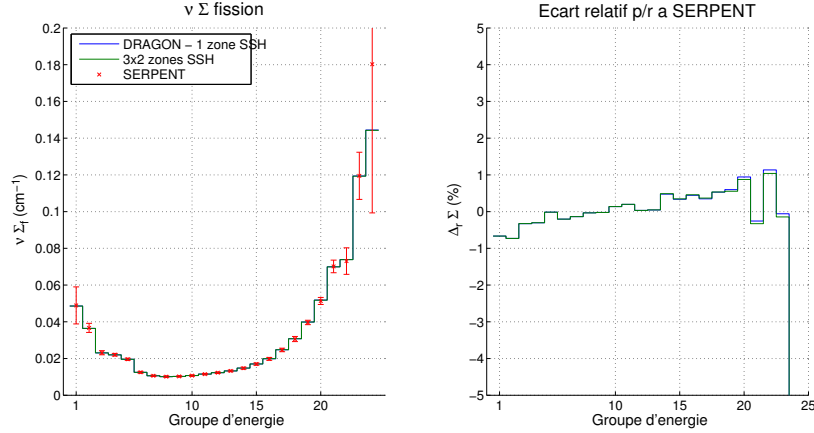


Figure 4.14 Assemblage fissile 1 : section efficace de production $\nu \Sigma_f$

Enfin, pour la section efficace de production, les résultats sont encore meilleurs puisque toutes les sections efficaces calculées par DRAGON sont proches des valeurs de référence à 1%.

On voit que dans le groupe 24 les sections efficaces homogénéisées / condensées sont globalement très mal estimées par DRAGON avec des écarts relatifs pouvant aller jusqu'à 20%. Cependant, cela est à considérer en regard du faible nombre de neutrons dans ce groupe.

D'après ces observations, on voit que la distinction des aiguilles en fonction de leur environnement pour l'autoprotection des résonnances ne permet pas d'améliorer significativement la qualité des sections efficaces calculées. Pour la suite, cette distinction ne sera plus faite.

Combustible irradié

Un réseau triangulaire de 271 aiguilles déjà décrites dans la partie 4.1.1 (paragraphe « combustible irradié ») est inséré dans un tube hexagonal en acier EM10 de composition donnée dans le tableau 4.4. Une lame de sodium externe sépare les différents tubes hexagonaux. Dans DRAGON, cette lame est diluée dans l'acier du tube hexagonal pour donner un mélange homogène acier EM10 (64,88%) / sodium (35,12%). Les principales caractéristiques utilisées dans les calculs sont données et/ou rappelées dans le tableau 4.7. Les températures prises en compte sont $T_c = 1500$ K pour le combustible et $T = 600$ K pour les autres éléments.

	Longueur
Pas du réseau d'assemblages (cm)	21,2205
Entreplat TH (cm)	20,7468
Épaisseur TH (cm)	0,4525
Nombre d'aiguilles	271
Rayon aiguille (dilatée) (cm)	0,4893
Rayon externe gaine (cm)	0,5419
Pas du réseau d'aiguilles (cm)	1,1897

Tableau 4.7 Assemblage fissile 2 : caractéristiques géométriques

Les géométries DRAGON et SERPENT sont représentées sur la figure 4.15. Dans DRAGON, le caloporteur est discrétisé en 6x25 régions triangulaires pour le calcul de flux.

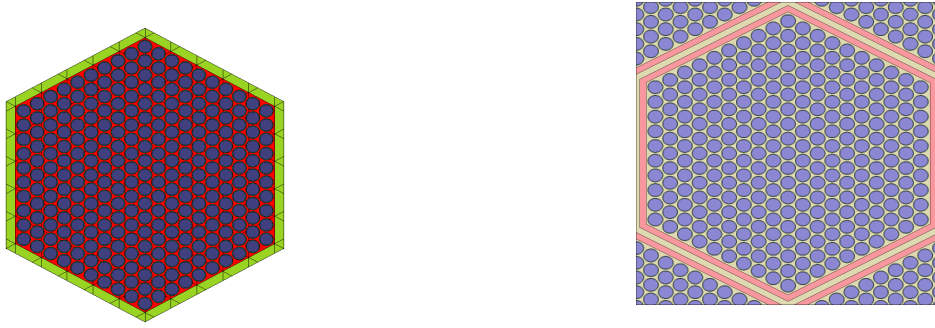


Figure 4.15 Assemblage fissile 2 : modélisation DRAGON (g) / SERPENT (d)

Pour calculer les sections efficaces autoprotégées, on considère que toutes les aiguilles partagent le même flux, conformément à la remarque du paragraphe précédent. Les symétries sont prises en compte manuellement avec le module MRG : de DRAGON.

Les résultats sont comparés aux résultats d'une simulation SERPENT dans le tableau 4.8 (simulation de 600 batchs de 100000 neutrons + 100 batchs non-utilisés).

	SERPENT	DRAGON
K_{∞}	$1,15720 \pm 16$ pcm	1,16315
$\Delta\rho$ (pcm)	+ 442	

Tableau 4.8 Assemblage fissile 2 : K_{∞}

On observe un écart de 442 pcm sur le K_∞ , ce qui est raisonnable. L'écart est même moins important que pour le cas de l'aiguille (voir tableau 4.5), ce qui masque sans doute des effets fins de compensations au niveau des taux de réactions.

Sur la figure 4.16 est représenté le spectre du flux homogénéisé sur l'assemblage et condensé à 24 groupes. On voit que la forme du spectre est respectée avec néanmoins des écarts significatifs dans certains groupes. La partie rapide du spectre n'est notamment pas très bien traitée.

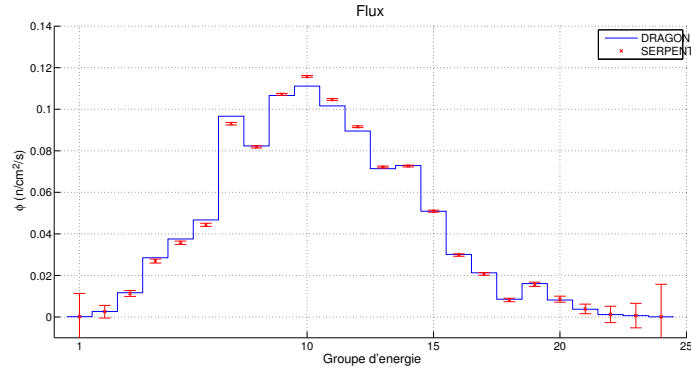


Figure 4.16 Assemblage fissile 2 : spectre du flux

Les sections efficaces totale, d'absorption et de production $\nu\Sigma_f$ sont représentées sur les figures 4.17 à 4.19.

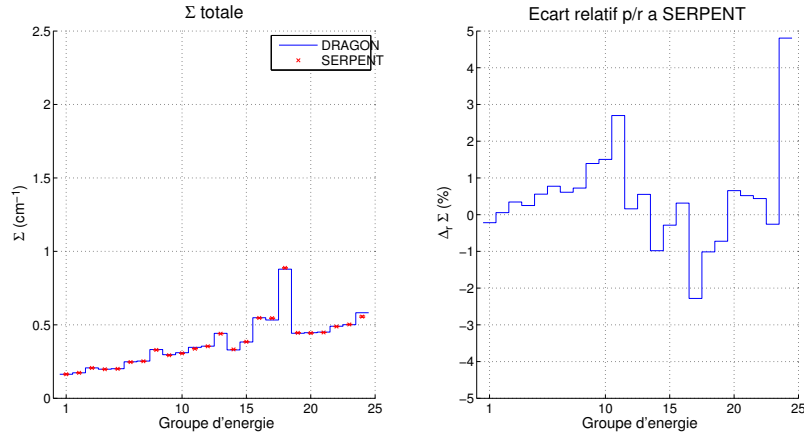


Figure 4.17 Assemblage fissile 2 : section efficace totale Σ

La section efficace totale est globalement bien calculée par DRAGON. L'écart relatif avec

SERPENT est inférieur au % dans la majorité des groupes, sauf dans les groupes 9 à 11 et 17 où il est de l'ordre de 1,5 - 2,7 %.

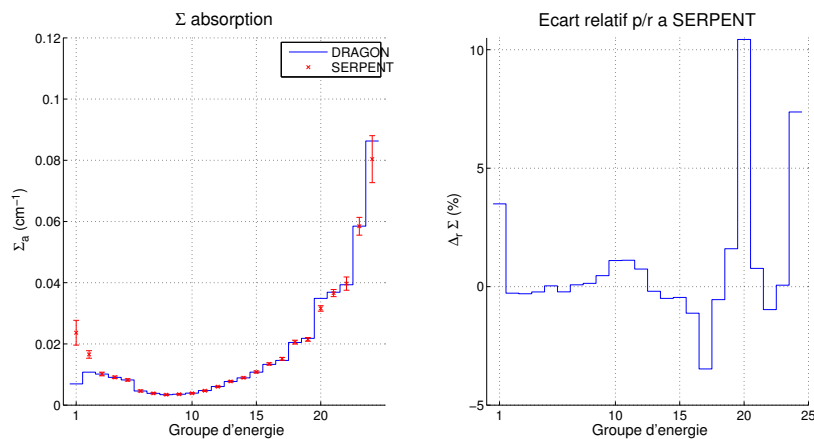


Figure 4.18 Assemblage fissile 2 : section efficace d'absorption Σ_a

Les valeurs de sections efficaces d'absorption calculées par DRAGON ne sont pas excellentes, avec un pic dans le groupe 20 (écart de 10,4%). Les groupes 1, 17 et 19 sont également assez mal traités (écarts compris entre 1,6 et 3,5 %). Dans les autres groupes, les écarts sont inférieurs au %.

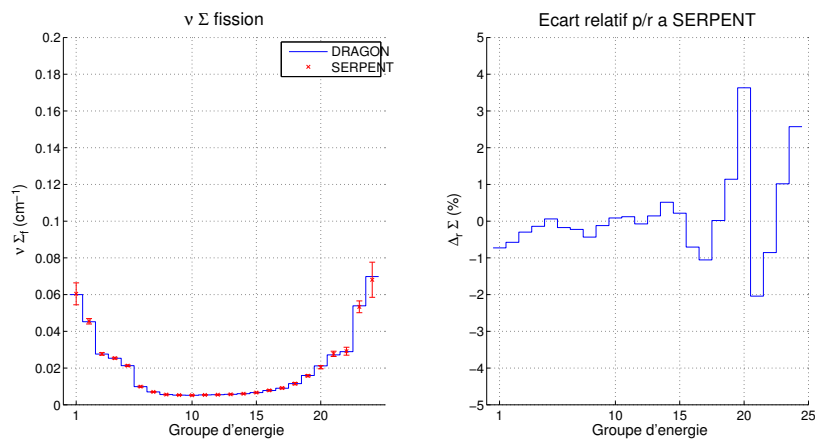


Figure 4.19 Assemblage fissile 2 : section efficace de production $\nu\Sigma_f$

La section efficace de production est très bien calculée par DRAGON, sauf dans les groupes 20 et 21.

Comme précédemment, on peut passer outre le mauvais calcul des sections efficaces dans le

groupe 24 du fait de la faible densité neutronique. Dans les autres groupes, certains écarts peuvent s'avérer gênants et il faudra en tenir compte lorsque nous utiliserons ces sections efficaces pour des calculs de coeur. Pour tempérer le propos, remarquons que le coefficient de multiplication est tout de même bon tout comme la section efficace de production : on peut raisonnablement espérer que nous serons capables de calculer des taux de fission corrects dans un réacteur.

Assemblage vidangé

L'assemblage précédent est maintenant vidangé de son caloporteur. Les mêmes études sont réalisées et les résultats présentés dans le tableau 4.9 et sur les graphiques 4.20 à 4.23.

	SERPENT	DRAGON
K_∞	$1,19255 \pm 16$ pcm	1,20068
$\Delta\rho$ (pcm)	+ 567	

Tableau 4.9 Assemblage fissile 2 vidangé : K_∞

On observe tout d'abord que la vidange du sodium a un effet positif en réactivité (+2562 pcm), ce à quoi on s'attend pour un assemblage de RNR-Na. L'écart en réactivité entre DRAGON et SERPENT est légèrement plus important que pour le cas de l'assemblage non vidangé.

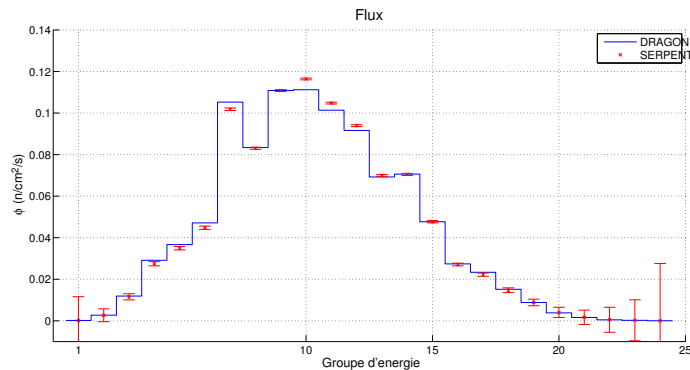


Figure 4.20 Assemblage fissile 2 vidangé : spectre du flux

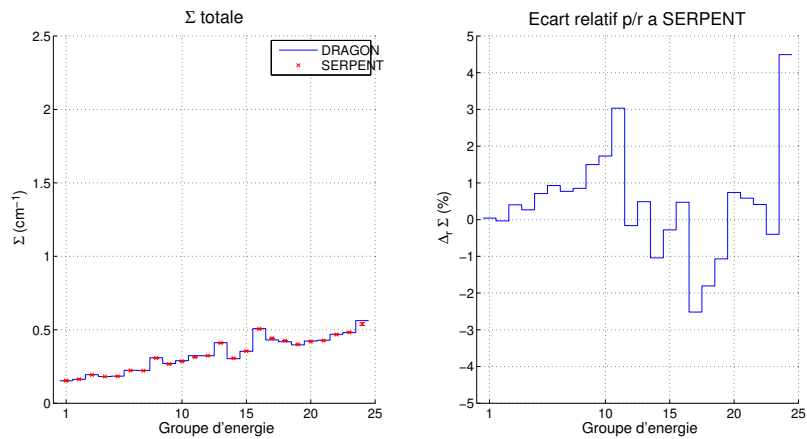


Figure 4.21 Assemblée fissile 2 vidangé : section efficace totale Σ

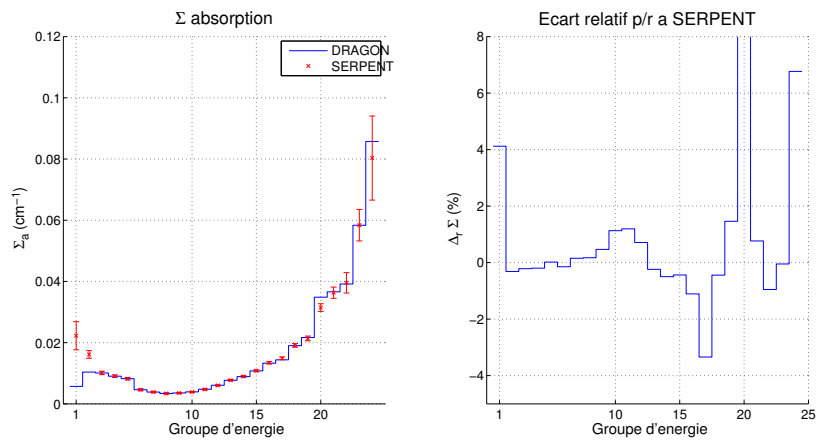


Figure 4.22 Assemblée fissile 2 vidangé : section efficace d'absorption Σ_a

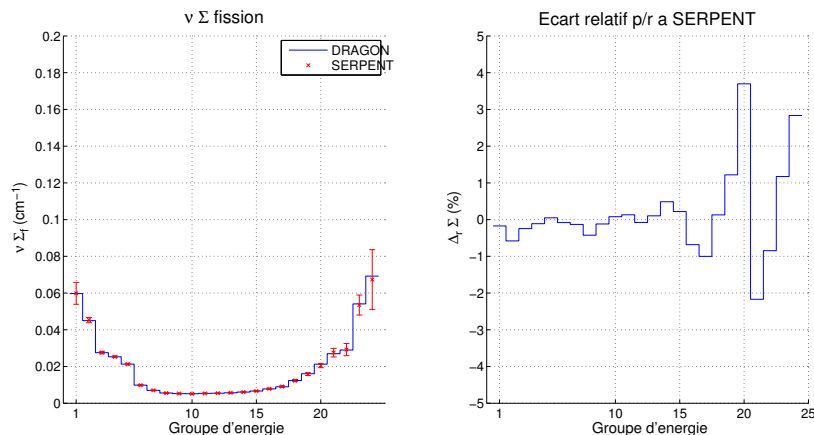


Figure 4.23 Assemblage fissile 2 vidangé : section efficace de production $\nu\Sigma_f$

En ce qui concerne le spectre et les sections efficaces homogénéisées / condensées à 24 groupes, on en tire des conclusions identiques à celles de la partie précédente : la précision est souvent de l'ordre du % mais peut être moins bonne ponctuellement et les écarts observés devront être pris en compte pour la suite.

4.1.3 Calcul d'un assemblage fertile

Un assemblage fertile est maintenant calculé. Ses caractéristiques géométriques sont identiques à celles de l'assemblage fissile 1 (partie 4.1.2) et les pastilles de combustible sont remplacées par de l'uranium naturel à 900K dont la composition est donnée dans le tableau 4.10.

	Densité (10^{24} atomes/cm ³)
O16	$4,72816 \cdot 10^{-2}$
U235	$1,70214 \cdot 10^{-4}$
U238	$2,34706 \cdot 10^{-2}$

Tableau 4.10 Composition isotopique U-nat

Difficultés rencontrées en géométrie hexagonale

Le motif étant sous-critique, il est entouré de six assemblages fissiles pour le calcul (« cluster »). Des conditions de réflexion isotrope sont appliquées aux frontières avec DRAGON. Pour le calcul SERPENT, la géométrie est définie en positionnant individuellement chaque élément (voir figure 4.24).



Figure 4.24 Assemblage fertile 1 : modélisation DRAGON (g) / SERPENT (d)

Avec ces définitions, on observe un écart sur la valeur propre calculée par les deux codes de l'ordre de 9000 pcm, qui est dû au fait que les conditions aux limites ne sont pas représentées de la même manière. Sur la figure 4.24 à droite, on voit en effet qu'une couronne d'assemblages fertiles succède à la couronne fissile et que la géométrie définie dans SERPENT n'est donc pas cohérente.

La définition d'un « réseau » dans SERPENT conduit à une géométrie périodique que l'on peut observer sur la figure 4.25 (les assemblages ont été remplacés par des aiguilles dans un soucis d'économiser des ressources informatiques).



Figure 4.25 Cluster fertile (7 cellules) : modélisation DRAGON (g) / SERPENT (d)

L'écart en réactivité entre les deux codes reste significatif (≈ 1100 pcm) : DRAGON sous-estime la réactivité par rapport à SERPENT. Cet écart pourrait paraître crédible mais il est possible de remarquer que si la géométrie SERPENT est parfaitement périodique, les conditions de réflexion dans DRAGON autour des 7 hexagones font apparaître des assemblages fertiles à des emplacements non conventionnels dans un réseau périodique. Pour s'en convaincre, nous avons tracé sur la figure 4.26 la trajectoire en ligne droite d'un vrai neu-

tron (en rouge), et la trajectoire du neutron virtuel générée par les conditions de réflexion aux frontières (en vert). On voit que des assemblages fertiles apparaissent dans la cinquième couronne. Ces assemblages sont à l'origine de la plus faible réactivité du calcul DRAGON.

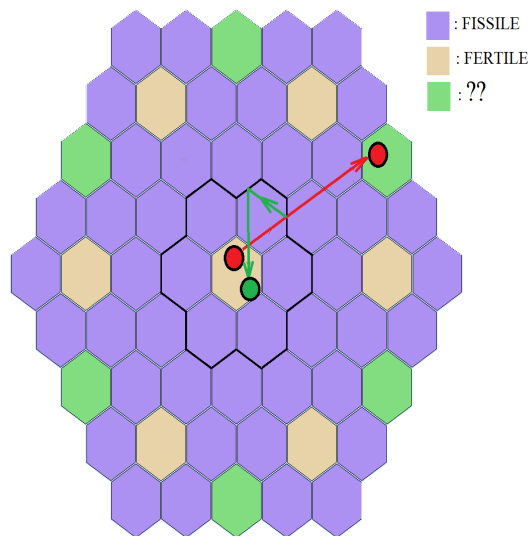


Figure 4.26 Réflexion d'un motif hexagonal dans DRAGON

On voit donc qu'il n'est pas possible de valider une telle géométrie par des comparaisons DRAGON / SERPENT.

Nous avons alors essayé de rajouter une ou deux couronne(s) de réflecteur en graphite autour du motif des sept cellules avec des conditions aux limites de vide, mais, la géométrie étant devenue très sous-critique ($K_{\infty} = 0,45$ avec une couronne, $K_{\infty} = 0,64$ avec deux) et les calculs assez longs nous n'avons pas continué les recherches dans cette direction.

Nous avons donc choisi de comparer les résultats DRAGON / SERPENT sur une géométrie cartésienne équivalente.

Traitement en géométrie cartésienne

L'assemblage hexagonal est maintenant transformé en assemblage cartésien de façon à conserver les quantités de matière. De par les difficultés inhérentes au passage du réseau triangulaire au réseau cartésien, le nombre d'aiguilles n'a pas pu être conservé et les dimensions ont donc été adaptées. De plus, le cluster de 7 assemblages hexagonal est maintenant transformé en un cluster de 9 assemblages cartésien. Chaque assemblage cartésien possède alors 9x9 aiguilles et un « tube cartésien » (voir figure 4.27).



Figure 4.27 Assemblage fertile 1 cartésien : modélisation DRAGON (g) / SERPENT (d)

Les calculs sont effectués en prenant en compte la symétrie de $1/8$ d'assemblage. Nous en profitons ici pour comparer différentes configurations pour le traitement de l'autoprotection des résonnances :

- (1) : les aiguilles périphériques d'un assemblage ne partagent pas le même spectre de flux que les aiguilles internes et on distingue deux types d'aiguilles externes pour les assemblages fissiles selon que les aiguilles soient à une interface fissile/fertile ou fissile/fissile,
- (2) : idem, mais les aiguilles périphériques à une interface fissile/fissile partagent le même spectre que les aiguilles fissiles internes,
- (3) : on ne distingue plus les aiguilles périphériques du reste (une structure de flux par type d'assemblage fertile ou fissile),

Le cas (3) est recalculé en découpant les aiguilles périphériques en deux lors du calcul de flux, ce qui constitue le cas (4).

Les résultats sont présentés dans le tableau 4.11, le calcul SERPENT étant effectué avec 675 batchs de 100000 neutrons (dont 75 batchs non utilisés).

SERPENT		
$K_{\infty} = 1,68105 \pm 11 \text{ pcm}$		
DRAGON		
	K_{∞}	$\Delta\rho$ (pcm)
(1) 2 fertiles + 3 fissiles	1,67399	- 251
(2) 2 fertiles + 2 fissiles	1,67399	- 251
(3) 1 fertile + 1 fissile	1,67399	- 251
(4) 1 fertile + 1 fissile + split aiguilles périph.	1,67397	- 252

Tableau 4.11 Assemblage fertile 1 cartésien : K_{∞}

On voit que la prise en compte de plusieurs zones d'autoprotection n'apporte pas plus de précision au calcul. De même, il n'est pas nécessaire de discrétiser les aiguilles périphériques dans les assemblages pour le calcul de flux, comme nous l'avions déjà remarqué dans la partie 4.1.2. Le cas (3), le plus simple sera donc retenu pour la suite.

Le spectre du flux et les sections efficaces homogénéisées sur l'assemblage fertile central et condensées à 33 groupes sont présentées sur les figures 4.28 à 4.31.

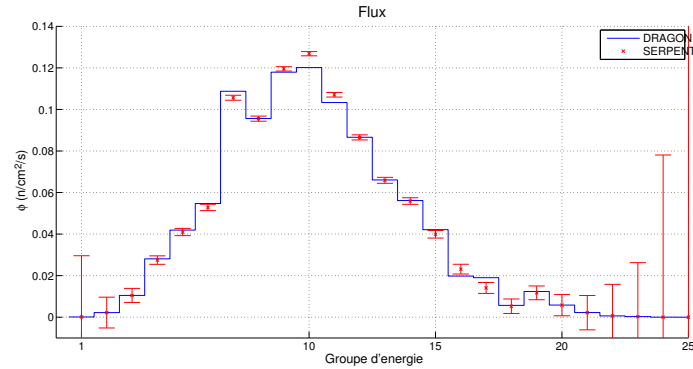


Figure 4.28 Assemblage fertile 1 cartésien : spectre du flux

On constate que la forme du spectre est bien représentée avec DRAGON. La dispersion statistique des résultats du calcul stochastique est cependant assez importante. En particulier il sera difficile de discuter des résultats dans la partie basse du spectre.

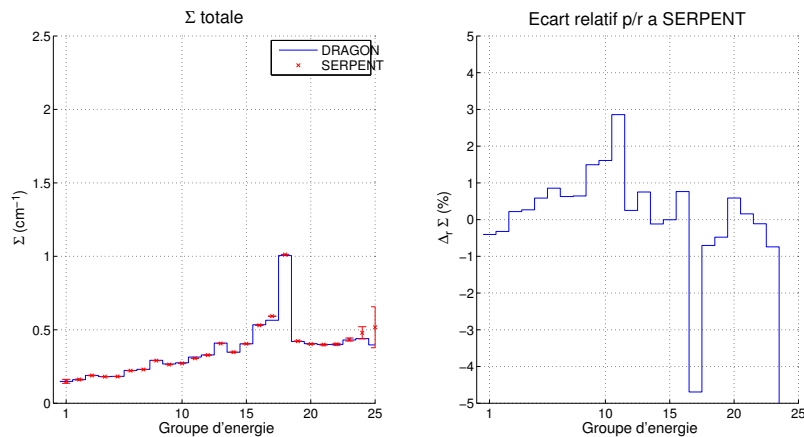


Figure 4.29 Assemblage fertile 1 cartésien : section efficace totale Σ

L'accord sur la section efficace totale est bon et l'écart relatif DRAGON / SERPENT souvent inférieur au %. Dans le groupe 11 il atteint 2,9% et 4,7% dans le groupe 17.

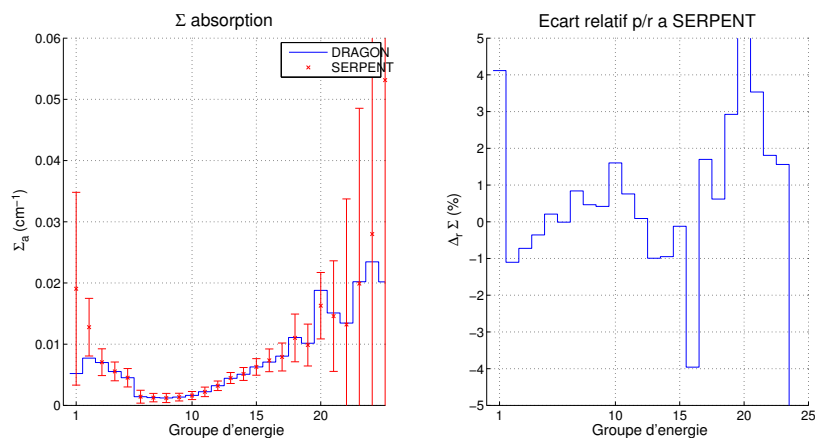


Figure 4.30 Assemblage fertile 1 cartésien : section efficace d'absorption Σ_a

Au vu des barres d'erreurs, les écarts relatifs constatés sur la section efficace d'absorption sont peu significatifs mais les résultats DRAGON suivent la distribution des valeurs SERPENT.

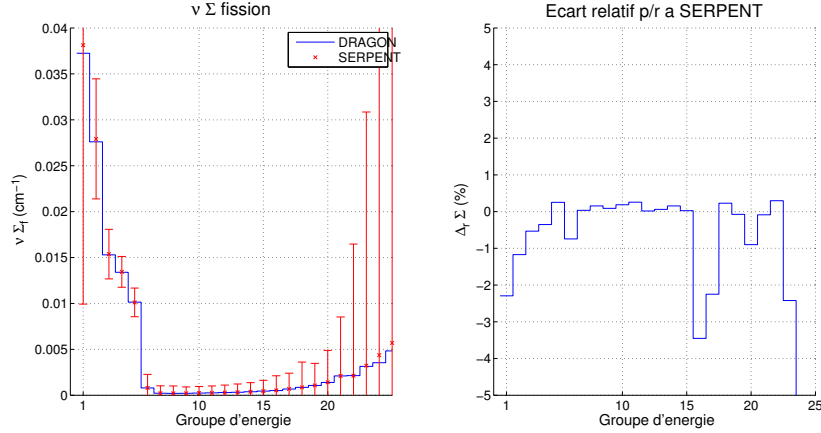


Figure 4.31 Assemblage fertile 1 cartésien : section efficace de production $\nu \Sigma_f$

Un commentaire identique peut être fait sur la section efficace de production. On constate également que la plupart des fissions ont lieu à haute énergie ($E \geq 1$ MeV).

En supposant que les résultats constatés sur la géométrie cartésienne sont extrapolables au cas de la géométrie hexagonale, on voit que les sections efficaces générées par DRAGON sont dans la plupart des groupes proches des résultats SERPENT. Ponctuellement, certains résultats peuvent s'en écarter, notamment dans la partie basse du spectre.

Choix de modélisation des clusters

Pour les études futures, les clusters seront calculés sur une géométrie hexagonale. Puisque l'on ne cherche qu'à extraire les propriétés de l'assemblage fertile, les assemblages fissiles adjacents seront représentés par des pates homogènes issues de l'homogénéisation d'un calcul d'assemblage réalisé au préalable, sans condensation. Cette approximation ne portant que sur des « sources externes », on peut raisonnablement supposer qu'elle n'engendrera pas d'erreur significative supplémentaire.

Les réflecteurs seront calculés de la même manière.

4.2 Impact du modèle de fuites sur la génération des sections efficaces et des coefficients de diffusion

Nous allons maintenant regarder l'impact du modèle de fuites sur la génération des sections efficaces et des coefficients de diffusion avec le code DRAGON-3. En particulier, la discussion portera sur les modélisations suivantes :

- pas de fuites neutroniques (calcul type « K ») ;
- modèle de fuites homogènes $B1$ avec retrait du terme $D_B^g B^2$ de la section efficace de diffusion $\Sigma_{s,0}^{g \rightarrow g}$ (option « SIGS ») ;
- modèle de fuites homogènes $B1$ avec multiplication du terme source par une probabilité de non-fuite (option « PNL ») ;
- modèle de fuites hétérogènes TIBERE-2 (type « HETE »).

4.2.1 Cas d'un assemblage fissile

Combustible neuf

Nous considérons tout d'abord l'assemblage fissile de la partie 4.1.2 avec combustible neuf.

L'effet en réactivité des modèles de fuites est présenté dans le tableau 4.12 ainsi que la valeur du laplacien B^2 (« buckling »).

	Type K	Type B1 PNL	Type B1 SIGS	Type B1 HETE
K_∞	1,75690	1,89331	1,89369	1,89436
$\Delta\rho$ (pcm)		+ 4101	+ 4112	+ 4130
$B^2(\text{cm}^{-2})$	0,0	$3,89.10^{-3}$	$3,90.10^{-3}$	$3,87.10^{-3}$

Tableau 4.12 Assemblage fissile 1 : impact du modèle de fuites sur K_∞

On voit que l'introduction d'un modèle de fuites fait augmenter la réactivité du motif. Cette augmentation est légèrement plus importante lorsque l'on considère un modèle hétérogène (environ 20 / 30 pcm). Le buckling correspondant est légèrement plus faible.

L'effet observé peut sembler paradoxal puisque la simulation des fuites neutronique fait augmenter le coefficient de multiplication infini. Cependant, sur la figure 4.32 à gauche, on voit que les fuites durcissent le spectre : la densité neutronique augmente au-delà de 180 keV (groupe 9). Si l'on trace l'écart relatif

$$\Delta_r = 100 \frac{\phi^{\text{fuites}} - \phi^{\text{type K}}}{\phi^{\text{type K}}} \quad (4.3)$$

on constate en fait un effet de « bascule » qui peut atteindre 50% dans les parties haute et basse du spectre. C'est ce changement dans la distribution spectrale des neutrons qui est à l'origine de l'augmentation de la réactivité du réseau infini, via une modification des taux de réactions.

Sur les figures 4.32 et 4.33 sont représentées les sections efficaces totale, d'absorption et de production homogénéisées et condensées à 24 groupes (le groupe 24 est issu de la condensation des groupes 24 à 33 de la structure ECCO). Les coefficients de diffusion sont également calculés à l'aide des équations (3.29), (3.30) ou (3.58) selon le modèle utilisé et représentés sur la figure 4.34. Si le modèle TIBERE-2 est utilisé, on distingue le coefficient de fuites radial D_r du coefficient axial D_z . La formule (4.3) est utilisée pour les écarts relatifs en remplaçant ϕ par Σ ou D .

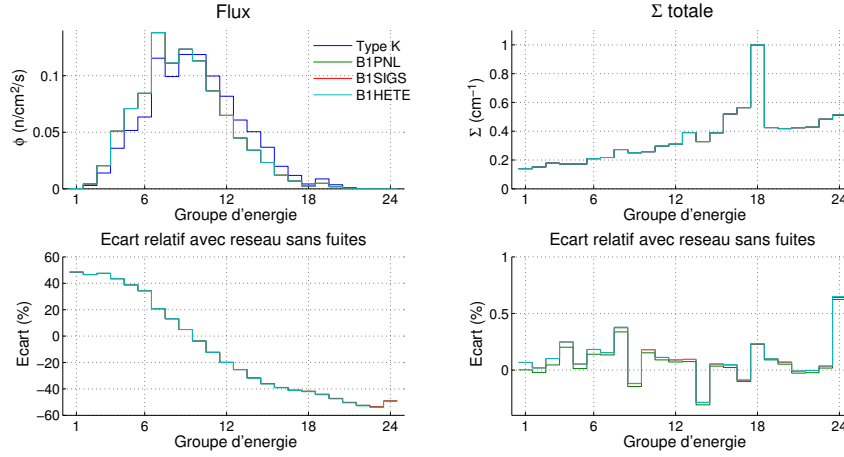


Figure 4.32 Assemblage fissile 1 : ϕ et Σ

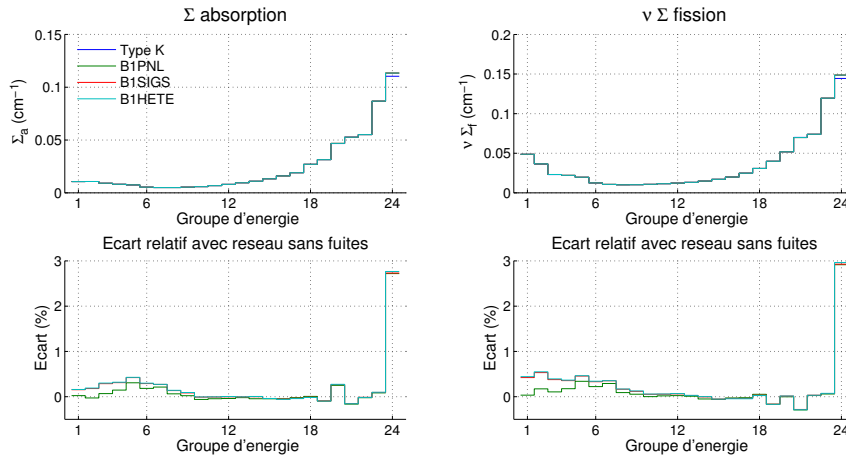


Figure 4.33 Assemblage fissile 1 : Σ_a et $\nu\Sigma_f$

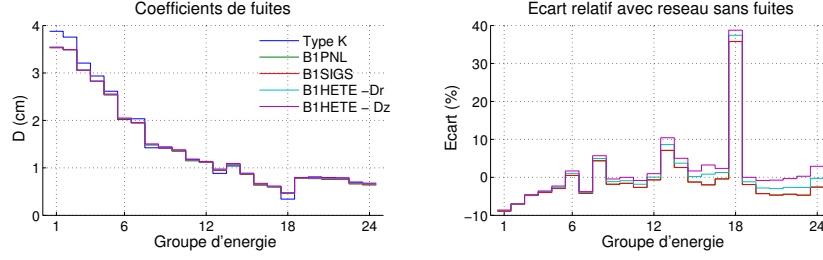


Figure 4.34 Assemblée fissile 1 : coefficients de fuites D

On remarque que l'introduction d'un modèle de fuites a très peu d'effet sur les sections efficaces homogénéisées et condensées : groupe 24 exclu, l'écart maximum est inférieur à 0,4% sur Σ et à 0,6% sur Σ_a ou $\nu\Sigma_f$. Dans tous les cas, les résultats des modèles de fuites hétérogènes et homogènes sont quasiment superposés.

Dans le groupe 24, Σ_a et $\nu\Sigma_f$ augmentent de près de 3%. Pour expliquer cela, nous avons tracé sur la figure 4.35 le rapport entre les flux $\frac{\phi^{\text{B1 SIGS}}}{\phi^{\text{type K}}}$.

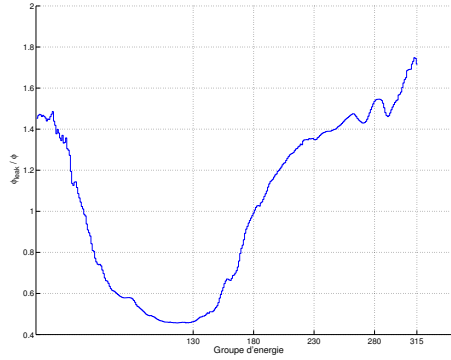


Figure 4.35 Assemblée fissile 1 : $\phi^{\text{B1 SIGS}} / \phi^K$

On voit que si les fuites durcissent le spectre, il y a cependant une augmentation de la densité neutronique au delà du groupe 180 de la structure à 315 groupes (i.e. sous 50 eV). Or le macro-groupe 24 est issu de la condensation des groupes 132 à 315. L'allure en $1/v_n$ des sections efficaces microscopiques de capture et fission explique donc les effets observés à basse énergie. Cela a cependant peu d'impact puisque la densité neutronique est faible dans ces groupes.

En ce qui concerne les coefficients de fuites, on constate que l'introduction d'un modèle de fuites les fait diminuer dans les groupes rapides. On observe également un effet significatif

du modèle dans le groupe 18, sans doute lié à un effet de la résonnance en diffusion du Na23. On remarque par ailleurs que, si les différents modèles de fuites donnent des résultats similaires à haute énergie, une distinction s'opère lorsque l'énergie des neutrons diminue. On observe même une légère anisotropie ($D_z > D_r$). On peut supposer que cet effet s'explique par le fait que le pas de réseau étant petit devant le libre parcours moyen des neutrons rapides, il n'existe pas de direction de fuites privilégiée à haute énergie. Cependant, le libre parcours moyen des neutrons diminuant avec l'énergie, les neutrons thermiques deviennent davantage sensibles aux hétérogénéités et les coefficients de fuites axiaux augmentent alors plus vite que les coefficients radiaux à cause de l'apparition de canaux de transport (dans le sodium par exemple).

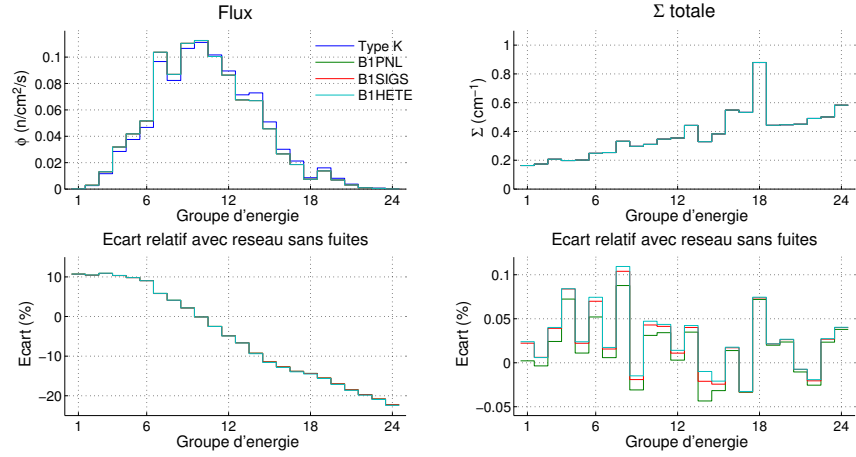
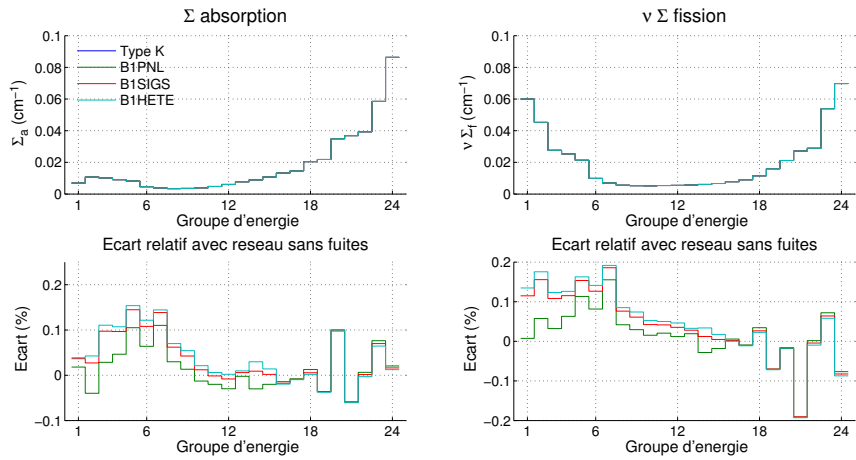
Combustible irradié

Une étude identique est réalisée pour l'assemblage fissile de la partie 4.1.2 avec combustible irradié. L'effet en réactivité du modèle de fuites est présenté dans le tableau 4.13.

	Type K	Type B1 PNL	Type B1 SIGS	Type B1 HETE
K_∞	1,16315	1,22110	1,22126	1,22165
$\Delta\rho$ (pcm)		+ 4080	+ 4091	+ 4116
$B^2(\text{cm}^{-2})$	0,0	1, 17.10 ⁻³	1, 18.10 ⁻³	1, 16.10 ⁻³

Tableau 4.13 Assemblage fissile 2 : impact du modèle de fuites sur K_∞

L'homogénéisation des sections efficaces et coefficients de fuites est faite au niveau de l'assemblage et les résultats condensés à 24 groupes sont présentés sur les figures 4.36 à 4.38.

Figure 4.36 Assemblage fissile 2 : ϕ et Σ Figure 4.37 Assemblage fissile 2 : Σ_a et $\nu \Sigma_f$

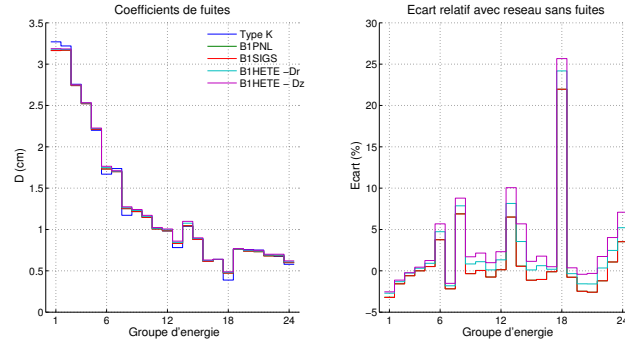


Figure 4.38 Assemblée fissile 2 : coefficients de fuites D

Les remarques du paragraphe précédent sont valables également ici et nous nous contentons donc de rappeler quelques points importants.

La prise en compte des fuites induit un durcissement du spectre au dessus de 180 keV, avec un effet de bascule moins important que pour l'assemblage avec combustible neuf. Cependant, cela n'a pas un impact significatif sur la génération des sections efficaces puisque les écarts relatifs par rapport au réseau sans fuites sont toujours inférieurs à 0,2%.

L'impact du modèle de fuites est plus important sur les coefficients de diffusion. On observe une légère anisotropie des coefficients de fuites hétérogènes à partir du groupe 6 ($E \leq 1$ MeV) et un effet important de la prise en compte des fuites dans le groupe 18.

4.2.2 Cas d'un assemblage fissile vidangé

L'assemblage précédent est maintenant vidangé de son caloporteur. Les résultats (K_∞ , B^2 , sections efficaces et coefficients de fuites) sont présentés dans le tableau 4.14 et sur les figures 4.39 à 4.41.

	Type K	Type B1 PNL	Type B1 SIGS	Type B1 HETE
K_∞	1,20068	1,27523	1,27543	1,27619
$\Delta\rho$ (pcm)		+ 4869	+ 4881	+ 4928
$B^2(\text{cm}^{-2})$	0,0	$1,25 \cdot 10^{-3}$	$1,25 \cdot 10^{-3}$	$1,23 \cdot 10^{-3}$

Tableau 4.14 Assemblée fissile 2 vidangé : impact du modèle de fuites sur K_∞

On constate que l'introduction d'un modèle de fuites a un effet important en réactivité (+4900 pcm).

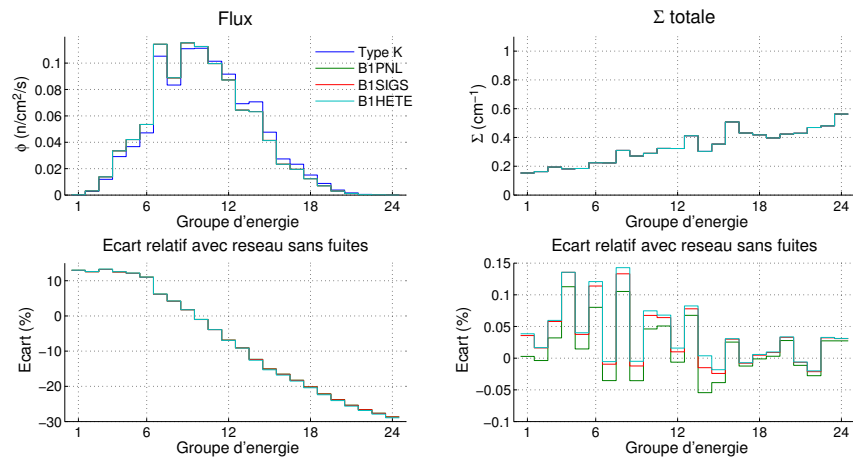


Figure 4.39 Assemblage fissile 2 vidangé : ϕ et Σ

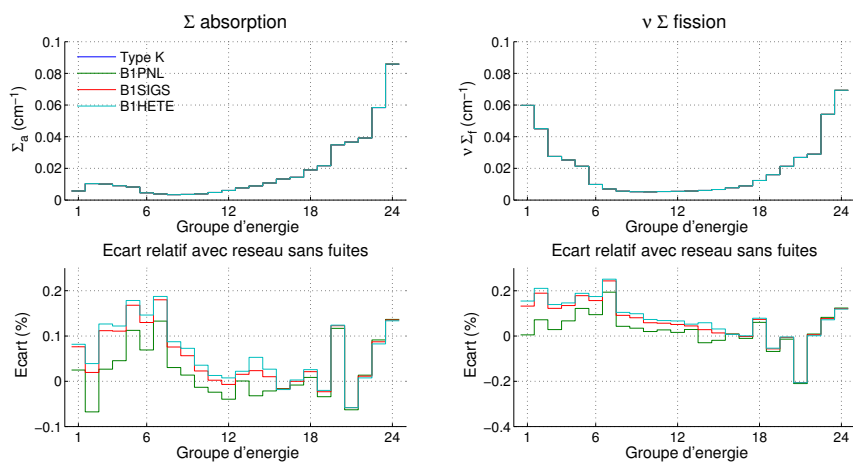


Figure 4.40 Assemblage fissile 2 vidangé : Σ_a et $\nu \Sigma_f$

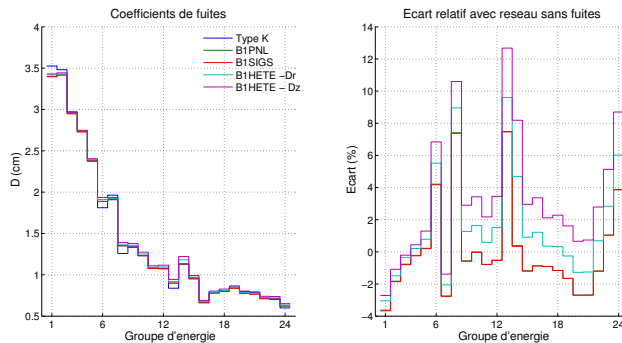


Figure 4.41 Assemblage fissile 2 vidangé : coefficients de fuites D

Comme précédemment, on constate que l'effet du modèle de fuites est faible sur les sections efficaces. En revanche, l'impact peut devenir significatif sur les coefficients de diffusion avec une anisotropie légèrement plus importante qu'en présence de caloporteur. Cela s'explique par le fait que la vidange favorise les fuites axiales devant les fuites radiales. L'écart relatif important que l'on observait dans le groupe 18 a disparu, ce qui confirme qu'il était lié à la diffusion résonnante des neutrons sur le Na23.

4.2.3 Cas d'un assemblage fertile

Un assemblage fertile est maintenant étudié. La géométrie de l'assemblage est celle de la figure 4.15, les pastilles de combustible étant constituées d'uranium naturel. Notons qu'il ne s'agit pas de la géométrie que nous avons calculé lors des validations préliminaires (voir partie 4.1.3) mais d'une autre géométrie que nous utiliserons dans les calculs de coeur ultérieurs.

Cet assemblage étant sous-critique, il est entouré de six assemblages fissiles (combustible irradié). Conformément aux remarques de la partie 4.1.3 et afin d'accélérer les calculs, les assemblages fissiles sont remplacés par une pâte homogène (sections efficaces homogénéisées par le flux issu d'un calcul préalable avec modèle de fuites homogènes). La géométrie est présentée sur la figure 4.42, les assemblages fissiles sont discrétisés en 6x36 triangles.

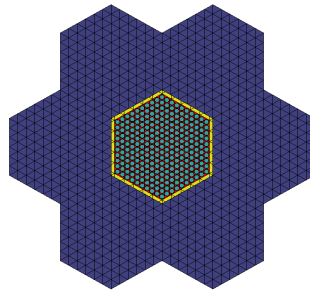


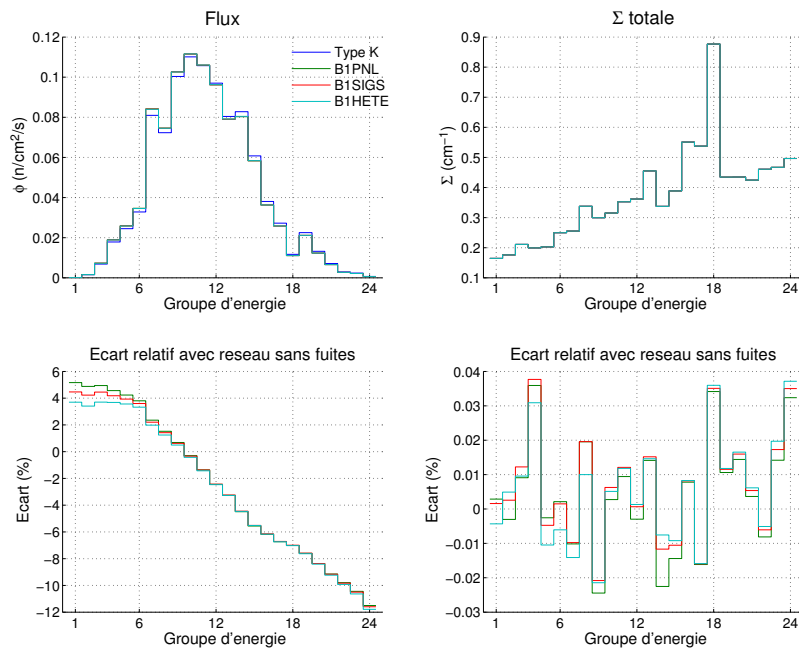
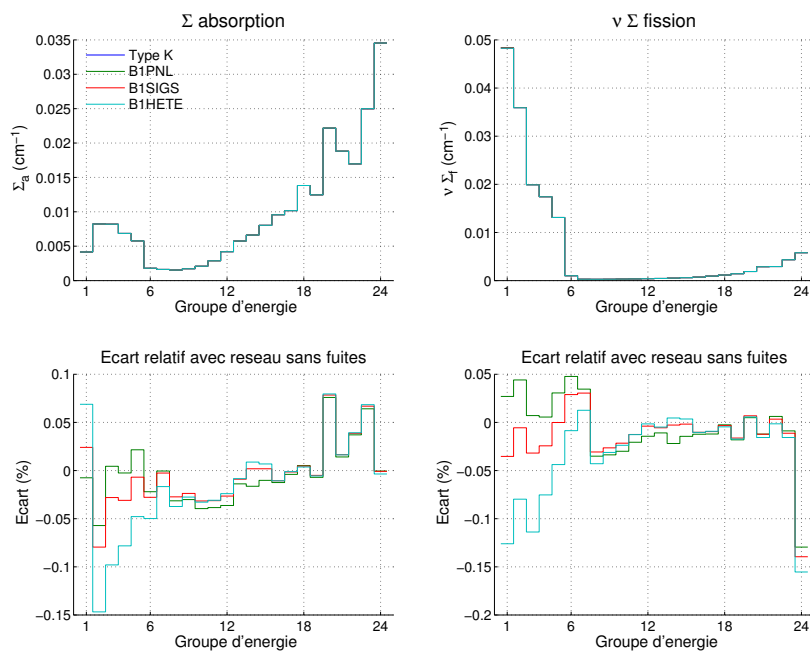
Figure 4.42 Assemblage fertile 2 : modélisation DRAGON

Les résultats sont présentés dans le tableau 4.15 et sur les figures 4.43 à 4.45, les données étant homogénéisées uniquement sur l'assemblage central.

	Type K	Type <i>B1</i> PNL	Type <i>B1</i> SIGS	Type <i>B1</i> HETE
K_{∞}	1,07523	1,10259	1,10264	1,10279
$\Delta\rho$ (pcm)		+ 2307	+ 2312	+ 2325
$B^2(\text{cm}^{-2})$	0,0	$5,49.10^{-4}$	$5,50.10^{-4}$	$5,50.10^{-4}$

Tableau 4.15 Assemblage fertile 2 : impact du modèle de fuites sur K_{∞}

On constate que le modèle de fuites a un impact positif sur la réactivité du motif. En revanche, on observe peu de différences entre un modèle homogène et un modèle hétérogène.

Figure 4.43 Assemblage fertile 2 : ϕ et Σ Figure 4.44 Assemblage fertile 2 : Σ_a et $\nu \Sigma_f$

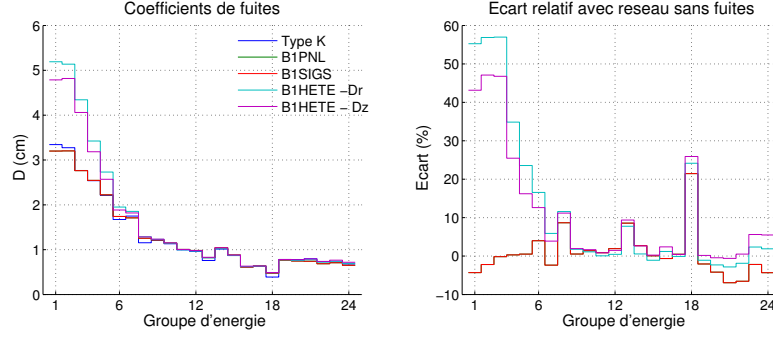


Figure 4.45 Assemblage fertile 2 - : coefficients de fuites D

Le spectre du flux est légèrement durci par la présence de fuites neutroniques mais l'impact est moins important que pour les assemblages fissiles. Les différents modèles conduisent à des spectres différents dans la partie haute du domaine énergétique. L'incidence du modèle sur les sections efficaces est faible.

En revanche, on observe un effet significatif du modèle sur les coefficients de fuites : avec un modèle de fuites hétérogènes, ces derniers sont en général plus grands, notamment à haute énergie ($E \geq 500$ keV). Cela provient du fait que D_r et D_z sont calculés avec le courant de fuites local qui prend en compte le gradient du flux dans le cluster. On observe d'ailleurs une légère anisotropie, les neutrons préférant fuir radialement qu'axialement. Au contraire, avec un modèle de fuites homogènes, D est calculé avec le flux et le courant homogénéisés sur l'ensemble du cluster. La pertinence de ce modèle reste donc à discuter.

4.2.4 Cas d'un réflecteur axial

Nous étudions maintenant le cas d'un réflecteur, en effectuant une distinction entre réflecteur axial et réflecteur radial en fonction de leur position respective dans le coeur du réacteur.

La géométrie du réflecteur axial est celle d'un assemblage combustible (voir figure 4.46) avec des aiguilles en acier EM10 ($T = 600$ K). Le motif est inséré au sein d'un cluster de 7 assemblages avec 6 assemblages fissiles. Les sections efficaces et coefficients de diffusion sont calculés par une homogénéisation partielle sur l'assemblage central.

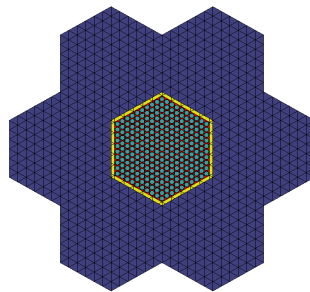


Figure 4.46 Réflecteur axial : modélisation DRAGON

Si cette géométrie peut difficilement représenter le véritable environnement du réflecteur axial, elle permet de s'affranchir d'un calcul 3D et sera utilisée faute de disposer d'une procédure validée pour le calcul d'un tel réflecteur.

Les sections efficaces et coefficients de fuites du réflecteur condensés à 24 groupes sont donnés sur figures 4.47 et 4.48.

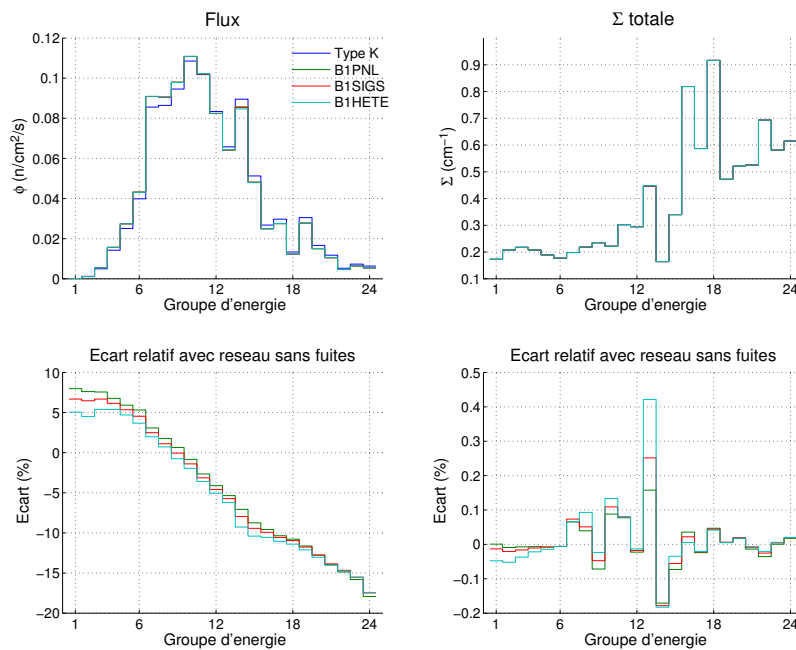


Figure 4.47 Réflecteur axial : ϕ et Σ

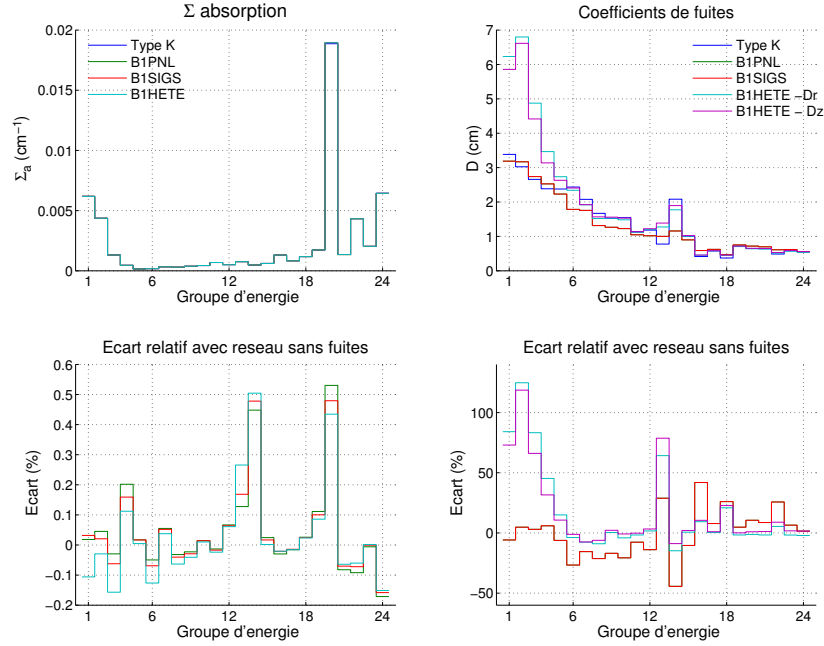


Figure 4.48 Réflecteur axial : Σ_a et D

On voit encore une fois que les fuites durcissent le spectre. On peut montrer que cela fait augmenter le coefficient de multiplication du système (K_∞ passe de 1,11985 en l'absence de modèle de fuites à 1,16308 avec modèle *B1 SIGS*). L'impact du modèle de fuites sur les sections efficaces est encore une fois négligeable. Cependant, on observe des écarts significatifs au niveau des coefficients de fuites. En particulier, le modèle hétérogène prédit une valeur bien plus élevée dans les groupes rapides, avec une anisotropie importante. La validité des coefficients de fuites homogènes reste à vérifier.

4.2.5 Cas d'un réflecteur radial

Le réflecteur radial est modélisé par une pate homogène sodium (26%) / acier EM10 (74%). Les différents assemblages sont discrétisés en 6x36 triangles comme le montre la figure 4.49.

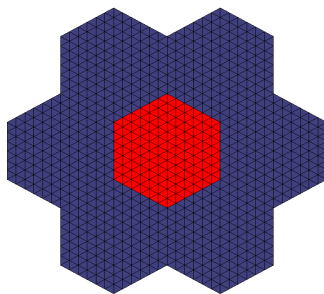


Figure 4.49 Réflecteur radial : modélisation DRAGON

On ne présente pas les graphiques pour les sections efficaces et coefficients de fuites car ils sont extrêmement similaires à ceux du réflecteur axial et appellent les mêmes commentaires. Le modèle hétérogène permet de prendre en compte l'anisotropie de la diffusion.

4.3 Calcul de coeurs

Nous allons maintenant utiliser les sections efficaces et coefficients de fuites précédemment générés (stockés dans un fichier « cpo ») pour modéliser des coeurs de RNR-Na en théorie de la diffusion. Le code DONJON-5 sera utilisé et les résultats comparés au calcul étalon SERPENT.

Un calcul de coeur complet tiré du benchmark de Blanchet et al. (2011) a d'abord été réalisé, mais, les importantes hétérogénéités conduisant à un recouvrement des effets, nous avons décidé de traiter des cas plus simples. Ainsi, nous présentons ici des résultats pour un coeur homogène, que nous complexifions au fur et à mesure afin de prendre en compte les réflecteurs, une éventuelle vidange des assemblages centraux et l'insertion d'un ou plusieurs assemblages fertiles.

4.3.1 Coeur homogène

Nous commençons par étudier le cas d'un coeur homogène composé de 61 assemblages hexagonaux répartis en 5 couronnes dont une vision schématique est présentée sur la figure 4.50 (avec numérotation de certains assemblages). Dans un plan, les caractéristiques d'un assemblage sont celles de la partie 4.1.2 avec combustible irradié. La hauteur d'un assemblage est $H = 311,1624$ cm. Le nombre de couronnes (61) est choisi arbitrairement de façon à avoir un K_{eff} proche de 1, représentatif d'un réacteur en fonctionnnement normal.

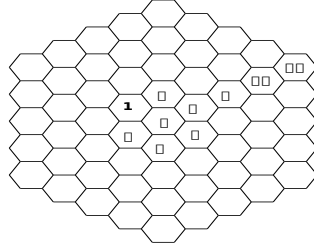


Figure 4.50 Coeur homogène : plan des assemblages

Le calcul en théorie de la diffusion est effectué avec DONJON, chaque assemblage étant constitué d'un pate homogène avec un maillage énergétique à 24 groupes. La discrétisation repose sur un schéma en différences finies centrées (quadrature de Gauss-Lobato) pour lequel les hexagones sont subdivisés en 24 triangles. Une condition aux frontières de vide est appliquée à toutes les surfaces externes.

Un calcul SERPENT est mené en parallèle sur la géométrie exacte (assemblages hétérogènes). Pour cela 1100 batchs de 2000000 de neutrons sont simulés dont 100 batchs non-utilisés.

Les résultats en termes de K_{eff} sont donnés dans le tableau 4.16. La figure 4.51 présente le spectre normalisé du flux au centre du coeur et dans une zone périphérique pour les différentes bases de données (sans fuites en bleu, avec les modèles homogènes PNL et SIGS en vert et rouge et avec le modèle hétérogène en cyan). Sur la figure 4.52, on peut voir deux traverses du taux de fission volumique avec un point dans les assemblages 1, 8 et 38 : une au centre du coeur et une 40 cm sous la bordure supérieure du coeur. Les taux de fission sont normalisés à 1 fission sur l'ensemble du coeur.

	K_{eff}	$\Delta\rho$ (pcm)
SERPENT	$1,03355 \pm 3 \text{ pcm}$	/
NO LEAK	1,03903	+ 510
B1 PNL	1,04245	+ 826
B1 SIGS	1,04259	+ 839
B1 HETE	1,04170	+ 757

Tableau 4.16 Coeur homogène : K_{eff}

Le meilleur accord sur K_{eff} avec SERPENT (incertitude à 1σ) correspond au calcul de diffusion avec les sections efficaces et coefficients de diffusion générés sans modèles de fuites. On

a alors un écart de 510 pcm. On voit que l'introduction d'un modèle de fuites, homogène ou hétérogène, détériore la précision sur K_{eff} . Le modèle hétérogène est cependant légèrement meilleur que les modèles homogènes, avec un écart de 757 pcm par rapport à la référence.

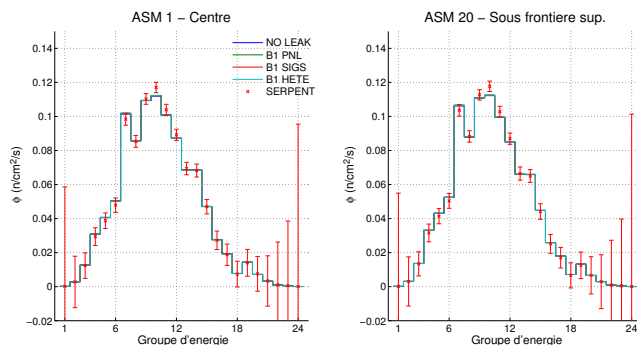


Figure 4.51 Coeur homogène : spectre du flux

On observe un bon accord sur les spectres du flux issus du calcul déterministe et ceux provenant du calcul stochastique. Bien que des différences subsistent, notamment dans les groupes 10 et 11, les résultats issus du calcul DRAGON sont proches de ce que peut donner le calcul de référence et la forme du spectre est bonne. En revanche, on n'observe aucun effet quantifiable des modèles de fuites sur la distribution énergétique des neutrons.

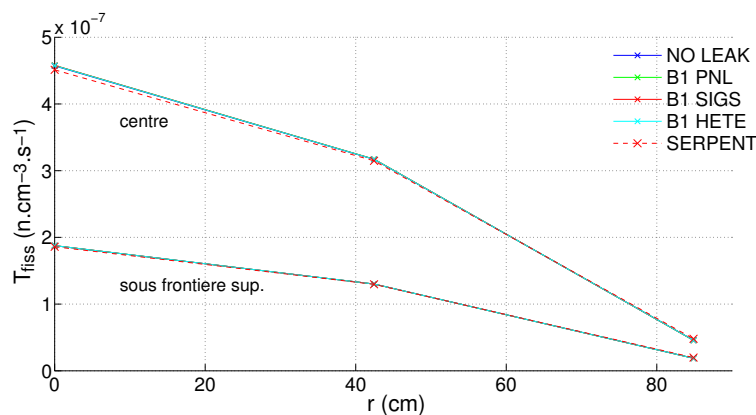


Figure 4.52 Coeur homogène : taux de fission (traverses radiales)

En ce qui concerne la distribution spatiale du taux de fission, on voit que les traverses correspondants aux différents modèles sont superposées : il n'y a pas d'effet du modèle de fuites utilisé. Cependant, on voit que le calcul en diffusion a tendance à surestimer les flux au

centre du coeur par rapport au calcul de transport Monte Carlo, effet que l'on peut retrouver dans Marleau and Varin (2003).

Ainsi, on voit que pour le coeur homogène calculé ici, l'introduction d'un modèle de fuites n'améliore en rien la qualité de la simulation en théorie de la diffusion. Si le modèle $B1$ hétérogène donne des résultats légèrement meilleurs que le modèle homogène, il est cependant recommandable de générer les sections efficaces et les coefficients de diffusion sans modèles de fuites puisque cela conduit à une meilleure précision sur le coefficient de multiplication.

Il est également intéressant de remarquer que les résultats obtenus sont relativement bons en regard du traitement peut être trop simple de la variable énergie (nombre de groupes, autoprotection des résonnances) et des écarts que nous avons constaté dans la partie 4.1.

Enfin, on voit que les barres d'erreurs à 3σ du calcul de Monte Carlo sont importantes. Cependant, le calcul ayant duré une semaine et l'écart type variant en $\frac{1}{\sqrt{N}}$ (où N est le nombre de particules simulées), la réduction de la variabilité statistique n'a pas été réalisée faute de temps.

4.3.2 Influence de la direction du buckling

Lors du calcul de flux avec modèle de fuites hétérogènes, nous faisons l'approximation que les trois composantes directionnelles de \vec{B} sont égales (voir équation (3.59)). Or, la forme du coeur ne permet pas de pré-supposer une telle égalité a priori. Afin de caractériser l'impact de cette approximation, nous avons cherché à décorréler les directions pour le buckling.

Si l'on suppose que la distribution axiale du flux peut être modélisée par un cosinus

$$\phi(z) = \phi_0 \cos(B_z(z - H/2)) \quad (4.4)$$

B_z peut être déduit directement de la distribution axiale du flux calculée dans la partie 4.3.1.

On voit alors sur la figure 4.53 qu'un cosinus se superpose effectivement parfaitement aux résultats du calcul de diffusion de la partie précédente. On trouve ainsi $H = 311,8$ cm et $B_z^2 = 1,002.10^{-4}$ cm⁻² dans un intervalle de confiance à 95%. On vérifie que H est bien la hauteur du coeur au centimètre près et que le buckling axial n'est pas fantaisiste.

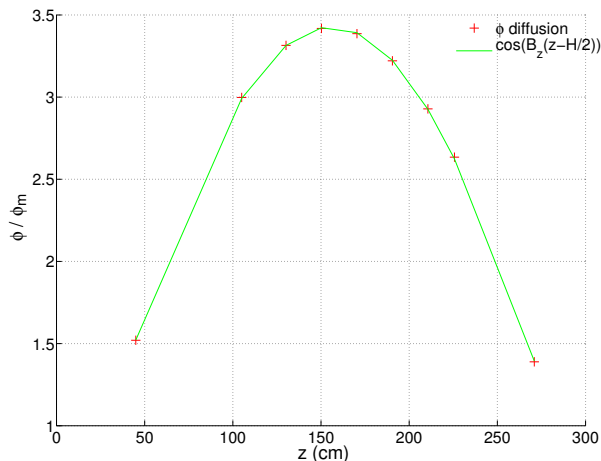


Figure 4.53 Coeur homogène : flux (traverse axiale, ASM 1)

En fixant la valeur de B_z^2 , une recherche de laplacien radial a été effectuée dans DRAGON pour l'assemblage fissile. On trouve $B_x^2 = B_y^2 = 5,323.10^{-4} \text{ cm}^{-2}$, soit une valeur du laplacien total égale à la valeur de la dernière colonne du tableau 4.13 ($B^2 = 1,16.10^{-3} \text{ cm}^{-2}$). On voit ainsi que les fuites radiales dominent les fuites axiales.

Les nouvelles sections efficaces et les nouveaux coefficients de fuites ont alors été utilisés pour calculer le coeur homogène. On trouve $K_{\text{eff}} = 1,04168$ et on constate donc que la direction de \vec{B} a un impact négligeable sur le calcul de l'assemblage. De même, aucune différence n'a été observée sur la distribution spatiale du flux.

4.3.3 Insertion des réflecteurs

On reprend le modèle de coeur précédant en y ajoutant un réflecteur axial de part et d'autre. Deux couronnes de réflecteur radial sont également ajoutées en périphérie (voir parties 4.2.4 et 4.2.5 pour les caractéristiques des réflecteurs). Au total, nous avons donc 61 assemblages combustible et 66 réflecteurs radiaux. La hauteur du coeur actif (hors réflecteur) est réduite à 140,79 cm (soit plus de 50% de réduction) pour contrebalancer l'augmentation de réactivité liée aux réflecteurs. Le réflecteur axial inférieur a une hauteur de 89,92 cm contre 80,45 cm au dessus du coeur. Un tel coeur est schématisé sur la figure 4.54.

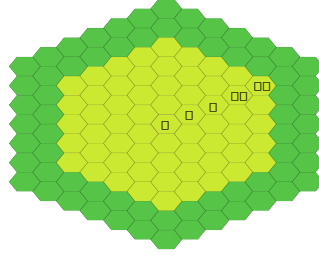


Figure 4.54 Coeur homogène + réflecteurs : plan des assemblages

Le calcul en théorie de la diffusion avec DONJON-5 est comparé à la simulation Monte Carlo en géométrie exacte (1100 batchs de 2000000 neutrons dont 100 batchs non-utilisés).

Les résultats (facteur de multiplication K_{eff} , distribution spatiale et spectrale des neutrons) sont illustrés dans le tableau 4.17 et sur les figures 4.55 et 4.56.

	K_{eff}	$\Delta\rho$ (pcm)
SERPENT	$1,02805 \pm 3$ pcm	/
NO LEAK	1,03563	+ 712
<i>B1</i> PNL	1,04217	+ 1318
<i>B1</i> SIGS	1,04232	+ 1331
<i>B1</i> HETE	1,03677	+ 818

Tableau 4.17 Coeur homogène + réflecteurs : K_{eff}

On voit, en comparant les tableaux 4.16 et 4.17, que l'introduction d'un réflecteur détériore la précision sur le coefficient de multiplication, sans doute à cause de la présence d'éléments résonnants dans l'acier comme le Fe56, le Cr52 ou Ni58.

Encore une fois, la meilleure précision est obtenue pour le schéma de calcul sans modèle de fuites. Avec un modèle de fuites homogènes, on observe un écart significatif sur K_{eff} , qui peut sans doute s'expliquer par un mauvais traitement des réflecteurs, les coefficients de fuites étant homogénéisés sur le cluster au complet (figures 4.46 et 4.49), ce qui ne trouve pas de justification physique satisfaisante. Avec un modèle de fuites hétérogènes, les résultats sont meilleurs et se rapprochent des résultats sans modèle de fuites ($\Delta\rho^{\text{sans fuites}} - \Delta\rho^{B1 \text{ hete}}$ est même plus faible pour ce coeur que pour le coeur homogène de la partie 4.3.1).

Si l'on combine les différentes bibliothèques de sections efficaces et coefficients de diffusion

(avec ou sans fuites) pour distinguer le coeur des réflecteurs, on obtient les résultats du tableau (4.18) (en pcm) :

Combustible \ Réflecteur	NO LEAK	PNL	SIGS	HETE
NO LEAK	+ 712	/	/	+ 606
PNL	/	+ 1318	/	+ 861
SIGS	+ 976	/	+ 1331	+ 874
HETE	/	/	/	+ 818

Tableau 4.18 Coeur homogène + réflecteurs : $\Delta\rho$

On voit bien qu'un modèle de fuites homogènes n'est pas approprié pour prendre en compte les réflecteurs. En revanche, en combinant le modèle *B1* hétérogène pour les réflecteurs et un modèle sans fuites pour le combustible, on observe un gain en précision sur K_{eff} d'environ 100 pcm.

Un calcul supplémentaire a été réalisé en échangeant les valeurs des coefficients de fuites radiaux et axiaux pour le réflecteur axial. En effet, la géométrie de calcul du réflecteur axial (voir figure 4.46) n'est pas représentative de son environnement. L'idée est alors de considérer que, si l'anisotropie du coefficient de fuites provient de l'environnement, le fait d'échanger les coefficients axiaux et radiaux permettra en quelques sortes de « reconstruire » la structure axiale de la géométrie. On trouve alors $K_{\text{eff}} = 1,03448$ et $\Delta\rho = +604$ pcm, soit un résultat quasiment équivalent à celui de la première ligne du tableau 4.18. Il n'est donc pas intéressant d'échanger ces coefficients.

Sur les figures 4.55 et 4.56 sont représentés les spectres du flux en 2 points ainsi que deux traverses radiales du taux de fission (au centre et 5 cm sous le réflecteur). Sont comparés les résultats avec les sections efficaces et coefficients de diffusion générés sans modèle de fuites (NO LEAK), avec fuites homogènes (option PNL) et hétérogènes. Le cas « MIXTE » correspond au cas où les propriétés du combustible sont générées sans modèle de fuites et les propriétés du réflecteur avec fuites hétérogènes. Nous n'avons pas présenté les courbes pour le cas des fuites homogènes avec l'option SIGS pour ne pas alourdir le graphique.

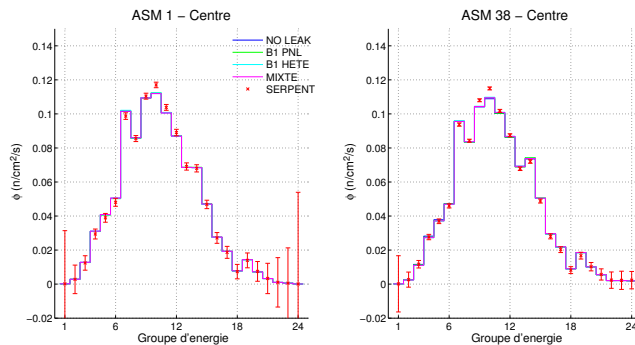


Figure 4.55 Coeur homogène + réflecteurs : spectre du flux

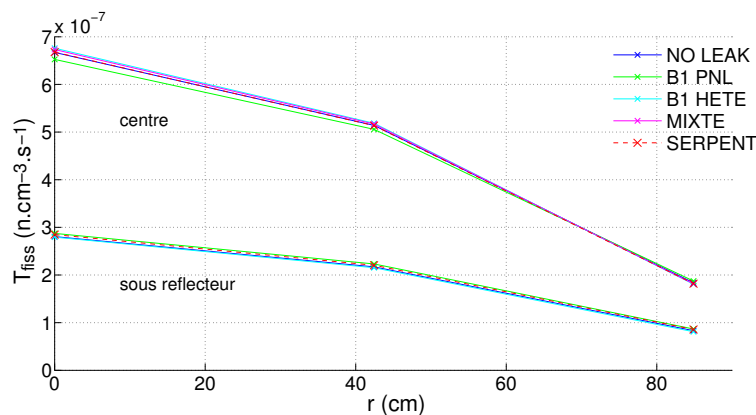


Figure 4.56 Coeur homogène + réflecteurs : taux de fission (traverses radiales)

On voit que les différents calculs donnent une estimation correcte du spectre des neutrons dans le réacteur. Les écarts les plus significatifs sont relevés dans les groupes 9, 10 et 11. Ils sont plus importants proches du réflecteur.

En ce qui concerne la distribution du taux de fission, on voit sur la traverse centrale que le meilleur accord avec SERPENT correspond au cas sans fuites, suivi de près par le cas mixte et le cas avec fuites hétérogènes. Les écarts sont cependant peu significatifs. On voit que la traverse correspondant au cas des fuites homogènes est la plus éloignée de la référence.

On constate donc que le modèle de fuites hétérogènes pour le combustible apporte une amélioration par rapport au modèle homogène. Cependant, il est préférable d'utiliser un modèle sans fuites pour le combustible. Pour le réflecteur, il est recommandé d'utiliser le modèle de fuites hétérogènes. Un modèle sans fuites peut convenir mais pas un modèle de fuites homogènes.

Par la suite, les propriétés des réflecteurs seront donc générées avec le modèle de fuites *B1* hétérogènes.

4.3.4 Vidange d'une zone centrale

Nous allons maintenant procéder à une vidange des 7 assemblages centraux. La valeur propre calculée avec DONJON-5 et comparée au résultat du calcul SERPENT (1650 batchs de 2000000 de neutrons dont 150 batchs non-utilisés) est présentée dans le tableau 4.19.

	K_{eff}	$\Delta\rho$ (pcm)
SERPENT	$1,03362 \pm 3$ pcm	/
NO LEAK	1,04079	+ 667
<i>B1</i> PNL	1,04371	+ 935
<i>B1</i> SIGS	1,04386	+ 949
<i>B1</i> HETE	1,04319	+ 888

Tableau 4.19 Coeur homogène + vidange centrale : K_{eff}

La précision sur le coefficient de multiplication est légèrement moins bonne que pour le cas non-vidangé. On observe des effets en réactivité similaires à ceux constatés dans la partie précédente (voir tableau 4.18).

En ce qui concerne la distribution énergétique et spatiale des neutrons, nous avons relevé les spectres dans l'assemblage central (vidangé) et dans la dernière couronne et tracé deux traverses radiales du taux de fission (voir figures 4.57 et 4.58).

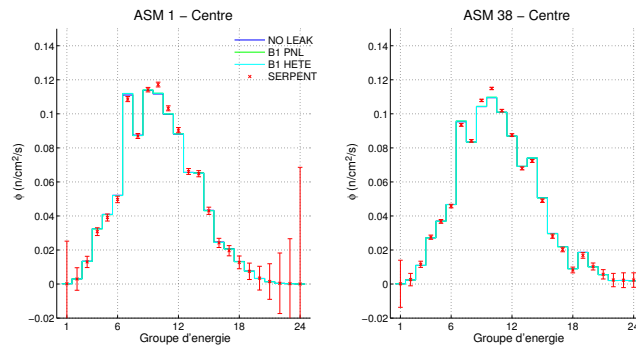


Figure 4.57 Coeur homogène + vidange centrale : spectre du flux

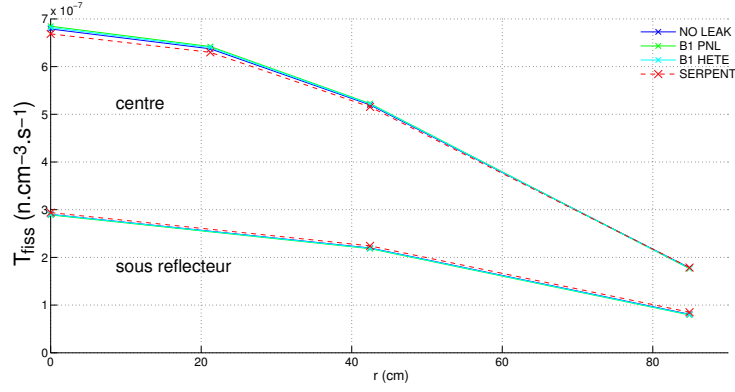


Figure 4.58 Coeur homogène + vidange centrale : taux de fission (traverses radiales)

On observe des effets identiques à ceux de la partie précédente :

- les différents modèles de fuites (pour le combustible) donnent des distributions du taux de fission similaires ;
- l’effet des fuites sur le spectre est négligeable.

L’effet de vidange, calculé selon la formule

$$\Delta^{\text{vid}} = 10^5 \left(\frac{1}{K_{\text{eff}}} - \frac{1}{K_{\text{eff}}^{\text{vid}}} \right) \quad (4.5)$$

ainsi que l’écart sur l’effet de vidange entre DONJON et SERPENT sont reportés dans le tableau 4.20.

	Δ^{vid} (pcm)	$\Delta(\Delta^{\text{vid}})$ (pcm)
SERPENT	+ 524	/
NO LEAK	+ 585	+ 61
B1 PNL	+ 598	+ 74
B1 SIGS	+ 599	+ 75
B1 HETE	+ 593	+ 69

Tableau 4.20 Coeur homogène + vidange centrale : Δ^{vid}

On observe des différences peu significatives sur le calcul de l’effet de vidange. Les modèles de fuites homogènes donnent cependant les moins bons résultats.

4.3.5 Insertion d'un assemblage fertile au centre

Nous reprenons le modèle du coeur homogène avec ses réflecteurs et nous insérons un assemblage fertile composé d'uranium naturel au centre du réacteur (voir partie 4.2.3 pour les caractéristiques de l'assemblage fertile).

Comme précédemment, les propriétés du réflecteur sont générées avec le modèle de fuites hétérogènes. La simulation SERPENT comporte 1650 batchs de 2000000 de neutrons (dont 150 non-utilisés). Les résultats sur le facteur de multiplication sont présentés dans le tableau 4.21.

	K_{eff}	$\Delta\rho$ (pcm)
SERPENT	$1,00898 \pm 3$ pcm	/
NO LEAK	1,01441	+ 530
B1 PNL	1,01703	+ 785
B1 SIGS	1,01717	+ 798
B1 HETE	1,01645	+ 729
B1 SIGS (fert.) / NO LEAK (comb.)	1,01443	+ 533
B1 HETE (fert.) / NO LEAK (comb.)	1,01428	+ 518

Tableau 4.21 Coeur homogène + assemblage fertile : K_{eff}

Les deux dernières lignes correspondent à des cas « mixtes » : les propriétés du combustible sont générées sans modèle de fuites tandis que les propriétés de l'assemblage fertile sont générées avec un modèle de fuites homogènes (type SIGS) ou hétérogènes.

On voit que le meilleur accord avec la référence sur K_{eff} est obtenu avec un modèle de fuites hétérogènes pour l'assemblage fertile (dernière ligne), légèrement devant les cas des fuites homogènes (ligne 6) et de l'absence de fuites (ligne 1). Encore ici, les propriétés du combustible doivent être générées sans fuites.

Sur les figures 4.59 et 4.60 sont représentés des spectres de flux en certains points du réacteur ainsi qu'une traverse axiale du taux de fission dans la deuxième couronne du coeur. Le cas « MIXTE » correspond à la dernière ligne du tableau 4.21.

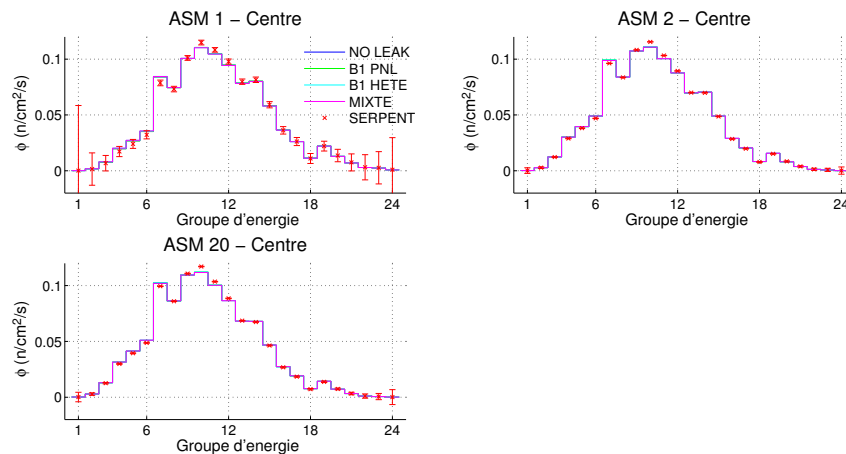


Figure 4.59 Coeur homogène + assemblage fertile : spectre du flux

On observe un accord acceptable sur la distribution énergétique des neutrons, malgré des discordances dans les groupes 7, 10, 11 et 12. Le modèle de fuites a une influence négligeable sur le spectre neutronique.

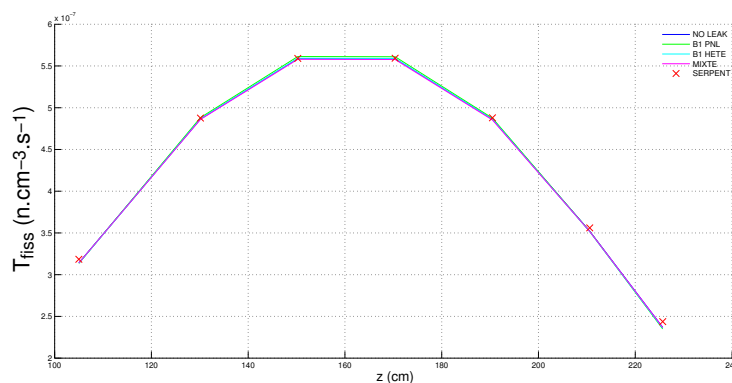


Figure 4.60 Coeur homogène + assemblage fertile : taux de fission (traverse axiale, ASM 2)

De même, la distribution des fissions est bien calculée avec DONJON-5 et l'impact du modèle de fuites est nul.

4.3.6 Insertion d'une zone fertile centrale

La zone fertile centrale est étendue à la deuxième couronne, pour un total de sept assemblages fertiles. Pour pallier à la diminution de la réactivité, un couronne d'assemblages fissiles est

rajoutée pour un total de 84 assemblages fissiles. La coeur est schématisé sur la figure 4.61 (zone fertile en rose).

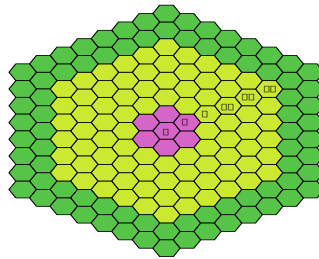


Figure 4.61 Coeur homogène + zone fertile : plan des assemblages

Les résultats des simulations DONJON sont comparés dans le tableau 4.22 en fonction du modèle de fuites utilisé (le réflecteur est toujours calculé avec un modèle hétérogène). La simulation SERPENT comporte 3200 batchs de 3000000 de neutrons, dont 200 batchs non comptabilisés. Le calcul a duré 1 mois.

	K_{eff}	$\Delta\rho$ (pcm)
SERPENT	$0,99626 \pm 2 \text{ pcm}$	/
NO LEAK	1,00097	+ 472
B1 PNL	1,00364	+ 738
B1 SIGS	1,00378	+ 751
B1 HETE	1,00255	+ 629
B1 HETE (fert.) / NO LEAK (comb.)	1,00035	+ 410

Tableau 4.22 Coeur homogène + zone fertile : K_{eff}

Le meilleur accord est obtenu avec un modèle sans fuites pour le combustible et un modèle hétérogène pour les assemblages fertiles (dernière ligne du tableau 4.22). On voit donc, en comparant avec la partie précédente, que si la taille de la zone fertile augmente, le modèle de fuites hétérogènes devient plus intéressant pour le calcul des assemblages fertiles.

Sur les figures 4.62 à 4.64, nous avons représenté le spectre neutronique en différents endroits ainsi que des traverses radiales et axiales du taux de fission.

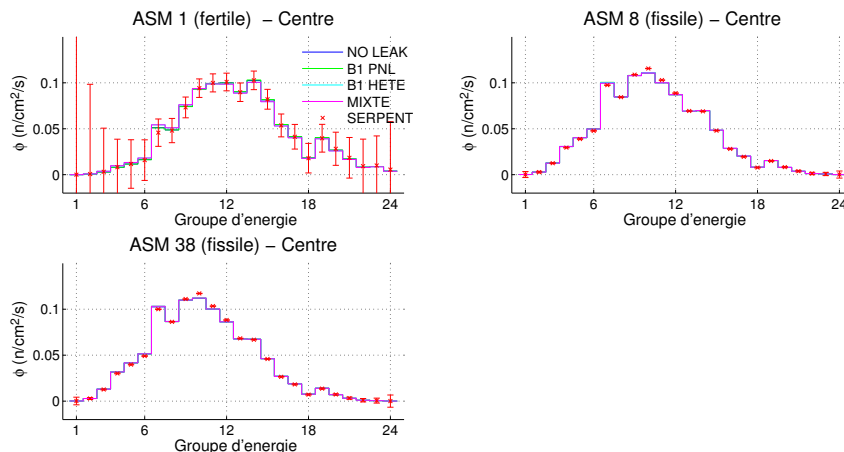


Figure 4.62 Coeur homogène + zone fertile : spectre du flux

Au niveau de la distribution énergétique des neutrons, les calculs déterministes sont en accord acceptable avec le calcul stochastique et le modèle de fuites n'a pas d'impact. Le spectre est plus mou dans la zone fertile. On observe d'ailleurs une faible statistique dans cette zone car, d'une part le décompte est effectué dans un seul assemblage au lieu de six pour les couronnes externes du fait des symétries, et d'autre part les neutrons ont été absorbés dans la première couronne fertile avant de pouvoir l'atteindre.

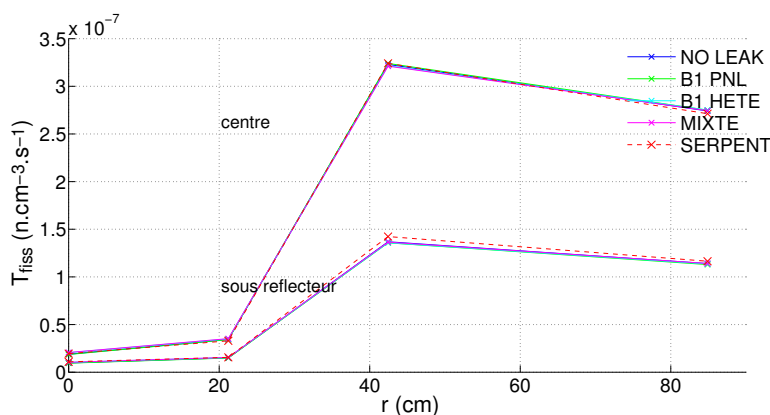


Figure 4.63 Coeur homogène + zone fertile : taux de fission (traverse radiale)

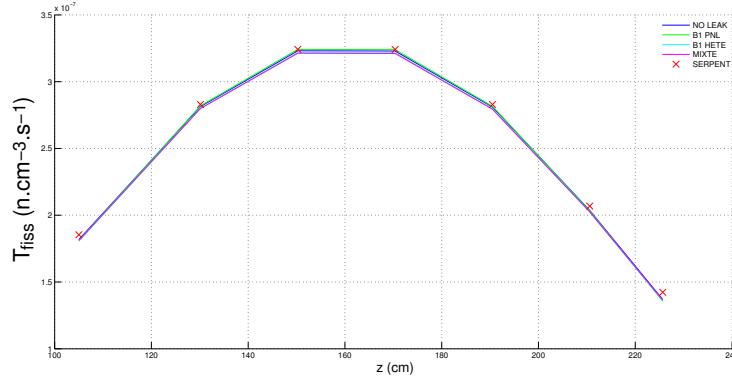


Figure 4.64 Coeur homogène + zone fertile : taux de fission (traverse axiale, ASM 8)

En ce qui concerne la distribution du taux de fission, il est difficile de discriminer entre les différentes courbes mais on observe un bon accord des calculs déterministes avec la référence.

4.4 Conclusions

D'après les études réalisées dans ce chapitre, nous voyons que le modèle de fuites a un impact négligeable sur la génération des sections efficaces lors du calcul d'assemblage côté réseau. En revanche, il est possible d'observer des écarts significatifs entre les modèles pour les coefficients de fuites.

Pour générer les paramètres d'un assemblage combustible, il apparaît d'après la partie 4.3.1 qu'un modèle hétérogène est légèrement meilleur qu'un modèle homogène, avec un gain d'environ 100 pcm sur la réactivité du coeur homogène. Puisque la distribution des taux de fission est très peu sensible au modèle de fuites, nous pouvons vraisemblablement en déduire que le modèle hétérogène permet une meilleure estimation du taux de fuites (et pas des taux de réactions), ce qui est cohérent avec le fait que ce modèle permet de simuler des fuites (transport des neutrons).

On remarque cependant que les meilleurs résultats sont obtenus lorsque l'assemblage fissile est simulé sans modèle de fuites.

Nous avons par ailleurs constaté une influence négligeable de la direction de \vec{B} choisie pour le calcul d'assemblage (partie 4.3.2), ce qui peut être relié au fait que les coefficients de fuites de l'assemblage fissile sont isotropes. Bien que le sodium constitue un milieu privilégié pour le transport des neutrons, le pas de réseau très serré des aiguilles de combustible en regard du libre parcours moyen ne permet pas la constitution de canaux de fuites axiaux pour les

neutrons rapides.

Sur l'étude de la configuration partiellement vidangée (partie 4.3.4), nous avons également constaté que le modèle de fuites hétérogènes est légèrement meilleur qu'un modèle homogène mais reste moins performant que l'absence de modèle de fuites (K_{eff} et effet de vidange).

En revanche, d'après les parties 4.3.3, 4.3.5 et 4.3.6, un modèle hétérogène devient intéressant voire nécessaire pour calculer des assemblages de coeurs hétérogènes. C'est notamment le cas pour le calcul d'éléments sous-critiques (assemblage fertile, réflecteur ...) nécessitant une source externe de neutrons (clusters). En effet, un modèle $B1$ homogène ne permet pas, dans ce genre de calcul, d'effectuer une homogénéisation des coefficients de fuites au niveau de l'assemblage d'intérêt seul. Une telle procédure n'est donc pas envisageable et on voit d'ailleurs qu'elle donne de mauvais résultats. Les coefficients de fuites hétérogènes, quant à eux, sont calculés à partir du courant local dans le motif et permettent de simuler un gradient de flux, ce qui conduit à une amélioration des résultats.

On peut donc recommander le modèle $B1$ hétérogène de Benoist pour le calcul des assemblages fertiles et, à priori, des réflecteurs. On peut d'ailleurs supposer que ce sera le cas pour tout autre élément de structure, comme par exemple des barres de contrôle ou des assemblages inertes. Remarquons que pour les réflecteurs, des calculs 1D type « traverse » pourraient constituer un choix plus judicieux car plus représentatif de la géométrie réelle en coeur.

Enfin, on voit que si le découpage énergétique initial des données nucléaires à 315 groupes et l'utilisation de la méthode de Stamm'ler pour l'autoprotection des résonances peuvent engendrer des écarts significatifs sur le calcul des sections efficaces homogénéisées et condensées, il a néanmoins été possible de calculer un coeur rapide avec des marges d'erreurs acceptables. Nous pensons que cette étude pourrait être reprise avec des méthodes plus adaptées pour les RNR-Na pour gagner en précision mais que les conclusions touchant aux comparaisons entre modèles de fuites devraient être identiques. Pour appuyer ce propos, nous verrons dans le chapitre suivant de ce mémoire qu'en effet, des conclusions similaires peuvent être tirées de l'étude des modèles de fuites pour les REP.

CHAPITRE 5 SIMULATION DES FUITES POUR UN REP

Dans le cadre de ce travail de recherche, un stage de cinq mois a été effectué au CEA de Cadarache afin de valider le modèle de fuites hétérogènes du code APOLLO-3 pour des réacteurs à eau légère.

De façon similaire à ce qui a été fait dans le chapitre précédent, nous commencerons par valider le modèle de la cellule étudiée grâce à un calcul de Monte Carlo réalisé avec le code TRIPOLI-4. Des sections efficaces homogénéisées et condensées seront générées avec les modèles de fuites homogènes et hétérogènes puis utilisées pour calculer des traverses simulant des fuites radiales de neutrons. Des comparaisons avec la chaîne de calcul DRAGON-DONJON seront effectuées.

Le modèle de fuites hétérogènes sera également utilisé pour interpréter la configuration UH1.2. du programme expérimental EPICURE qui a eu lieu dans le réacteur EOLE à Cadarache entre 1989 et 1994.

Contrairement au chapitre précédent, la théorie du transport est utilisée pour les calculs de deuxième niveau avec APOLLO-3.

Afin de ne pas alourdir ce mémoire, les travaux ne portant pas directement sur les fuites neutroniques ne sont pas présentés (validations complémentaires, études transverses ...). Quelques résultats portant sur une nouvelle méthode d'homogénéisation / condensation par les moments angulaires du flux sont néanmoins reportés succinctement dans l'annexe B. Un rapport informel a été rédigé et est disponible au CEA pour des renseignements complémentaires.

En plus des résultats présentés dans ce chapitre, des développements ont été faits dans APOLLO-3 pendant la durée du stage. Notamment, la méthode d'interpolation/extrapolation de $B^2 = f(K_{\text{eff}})$ présentée dans la partie 3.5.3 a été reprogrammée ainsi que la méthode d'homogénéisation/condensation de $\Sigma_{s,1}$ par le courant de fuites (partie 3.6.2).

5.1 Validations préliminaires

Nous proposons dans cette partie de valider le modèle de cellule (configuration géométrique, options de calcul ...) par des comparaisons code à code entre APOLLO-2, APOLLO-3 et TRIPOLI-4. Des comparaisons avec DRAGON-3 ont été réalisées en fin de stage et sont également présentées.

5.1.1 Cellule UOx

L'essentiel des études de ce chapitre s'appuient sur une géométrie de cellule typique de REP. La cellule, carrée, a un côté $a = 1,26$ cm et la pastille de combustible un rayon $R_c = 0,4083$ cm. Les rayons interne et externe de la gaine sont $R_i = 0,4165$ cm et $R_e = 0,4775$ cm. Le combustible, de type UOx enrichi en U235 à 4% en masse, a une densité de 10,28. La gaine est en zirconium naturel et de l'eau borée constitue le modérateur. Les concentrations isotopiques des différents matériaux sont résumées dans le tableau 5.1.

	Combustible (10^{24} atomes/cm ³)	Gaine (10^{24} atomes/cm ³)	Modérateur (10^{24} atomes/cm ³)
U234	$6,9950.10^{-6}$		
U235	$9,2868.10^{-4}$		
U238	$2,2000.10^{-2}$		
O16	$4,5871.10^{-2}$		$2,4322363.10^{-2}$
H1			$4,8571739.10^{-2}$
B10			$4,8414158.10^{-6}$
B11			$1,9487308.10^{-5}$
Zr90		$2,177364.10^{-2}$	
Zr91		$4,748304.10^{-3}$	
Zr92		$7,257880.10^{-3}$	
Zr94		$7,355216.10^{-3}$	
Zr96		$1,184960.10^{-3}$	

Tableau 5.1 Cellule UOx : composition

La température du combustible est $T_c = 874$ K et les autres matériaux sont à $T = 574$ K. Les données nucléaires sont issues de l'évaluation européenne JEFF 3.1.1 et la bibliothèque utilisée repose sur le découpage SHEM-281G.

Des validations assez poussées ont été faites avec APOLLO-3 concernant la discrétisation géométrique, les paramètres de traçage, le nombre de couronnes d'autoprotection et l'ordre d'anisotropie de la loi de choc et nous ont permis de définir un modèle présentant un bon compromis entre précision et temps de calcul.

L'autoprotection des résonnances est traitée par une méthode d'équivalence hétérogène / homogène pour le calcul de la section efficace équivalente de dilution (approximations de Jeanpierre-Livolant avec modèle de ralentissement statistique) et la structure fine du flux est calculée avec une méthode « multicellules » (résolution de l'équation de ralentissement sur

chaque maille, ces dernières étant couplées via les courants d'interfaces). Pour ce faire, le combustible est divisé en 4 couronnes ($r_1 = 0,288712$ cm, $r_2 = 0,365195$ cm, $r_3 = 0,397962$ cm et $r_4 = R_c = 0,4083$ cm). L'autoprotection porte sur les noyaux lourds du combustible et les isotopes de la gaine. Les groupes autoprotégés sont définis dans la procédure de référence SHEM-281G du CEA.

Le calcul du flux est effectué avec la méthode des caractéristiques (solveur TDT-MOC). La section efficace de transfert est développée à l'ordre $P3$ dans (2.10). Une représentation constante de la source sur chaque maille est choisie (voir (2.41)). Le maillage géométrique est de type « MAV » (voir figure 5.1) avec conditions aux limites de réflexion miroir (trajectoires cycliques).

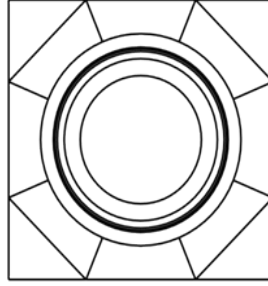


Figure 5.1 Cellule UOx : maillage MAV

On obtient dans le tableau 5.2 les valeurs de K_∞ obtenues avec les différents codes ainsi que l'écart en réactivité avec la valeur de référence TRIPOLI-4.

	TRIPOLI-4	APOLLO-2	APOLLO-3
K_∞	$1,30856 \pm 1$ pcm	1,30627	1,30618
$\Delta\rho$ (pcm)	/	-134	-139

Tableau 5.2 Cellule UOx : K_∞

On constate avec APOLLO-2 comme avec APOLLO-3 un accord satisfaisant avec la référence. Les deux codes déterministes donnent des résultats sensiblement identiques. Remarquons que des différences ont été observées si l'on utilise une loi de choc $P0$ corrigée de transport, mais nous ne détaillons pas ici les résultats.

5.1.2 Cellule UOx vidangée

Des configurations vidangées ont également été étudiées en divisant la densité du modérateur par un facteur 10 ou 100. L'effet de vidange étant négatif, les cellules correspondantes sont sous-critiques. En particulier, dans le cas de la vidange d'un facteur 100, le facteur de multiplication chute à $K_{\infty} = 0,68918$ (valeur TRIPOLI-4) et nous avons constaté que le milieu est trop sous-critique pour utiliser un modèle de fuites homogènes (voir équation (3.21)). Cette configuration a ainsi été abandonnée pour la suite et nous ne considérons donc ici que le cas de la cellule vidangée d'un facteur 10.

Dans APOLLO-3, nous avons remarqué que la définition d'un « isotope naturel » pour le zirconium (à la place des isotopes individuels) permettait d'améliorer la qualité des simulations. Sans nous attarder sur la justification de ce phénomène, nous ferons ce choix par la suite (uniquement pour la configuration vidangée).

Des comparaisons avec TRIPOLI-4 ont été faites sur K_{∞} et les résultats sont présentés dans le tableau 5.3.

	TRIPOLI-4	APOLLO-2	APOLLO-3
K_{∞}	$0,84022 \pm 6 \text{ pcm}$	0,83576	0,83328
$\Delta\rho \text{ (pcm)}$	/	-635	-991

Tableau 5.3 Cellule UOx vidangée x10 : K_{∞}

On constate un écart important entre le résultat du calcul de référence et les résultats des codes déterministes, sans doute dû à l'utilisation de la procédure standard SHEM pour autoprotéger les sections efficaces. Par exemple, en changeant des bornes énergétiques pour l'auto-protection du mélange U235 / U238, il est possible d'améliorer les résultats ($K_{\infty} = 0,83570$). On voit par ailleurs qu'avec des options de calcul identiques, APOLLO-2 et 3 ne donnent pas les mêmes résultats.

Une étude serait nécessaire dans le but de réduire l'écart observé (changement des bornes des groupes à autoprotéger, nouvelle définition de la zone du mélange ...) mais n'a pas été réalisée dans le cadre de ce travail, dont l'objet est l'étude des fuites neutroniques. Les écarts seront pris en compte dans la stratégie de validation du modèle de fuites hétérogènes comme nous le verrons dans la partie 5.3.1.

5.1.3 Comparaisons avec DRAGON-3

Les mêmes cellules ont été calculées avec DRAGON-3 à des fins de comparaisons (bibliothèque de données nucléaires JEFF 3.1.1, découpage SHEM-281G).

L'autoprotection des résonnances est prise en compte avec la méthode de Stamm'ler et le calcul de flux est réalisé avec la méthode des probabilités de collision (loi de choc $P0$ avec correction de transport). Le maillage MAV n'étant pas permis, un anneau en $R_m = 0,60$ cm permet de séparer le caloporteur en deux zones de flux. Des conditions aux frontières de réflexion isotrope cohérentes avec l'utilisation du modèle TIBERE-2 pour le modèle de fuites hétérogènes sont appliquées.

Les résultats sont présentés dans le tableau 5.4.

	Config. en eau		Config vidangée x10	
	TRIPOLI-4	DRAGON-3	TRIPOLI-4	DRAGON-3
K_∞	$1,30856 \pm 1$ pcm	1,30688	$0,84022 \pm 6$ pcm	0,83717
$\Delta\rho$ (pcm)	/	-98	/	-433

Tableau 5.4 Cellule UOx : K_∞ (DRAGON-3)

On constate que DRAGON-3 permet une meilleure estimation de la valeur propre par rapport à APOLLO-2 ou 3 (voir tableaux 5.2 et 5.3). La différence entre les codes provient de la différence de traitement (géométrie, méthode de calcul qui conditionne l'ordre d'anisotropie du choc ...) d'une part mais surtout de la différence de calcul des sections efficaces autoprotégées. En effet, ce calcul est a priori plus « exact » avec DRAGON car la procédure d'autoprotection d'APOLLO-2 ou 3 est optimisée sur le maillage SHEM-281G pour réduire le temps de calcul.

5.2 Impact du modèle de fuites et de la méthode d'homogénéisation/condensation

5.2.1 Cellule UOx

Une recherche de laplacien B^2 critique est maintenant effectuée sur la cellule de la partie 5.1.1 à l'aide des modèles de fuites homogènes d'APOLLO-2 et 3 et du modèle de fuites hétérogènes d'APOLLO-3. Avec ce dernier, différentes directions sont choisies pour le vecteur \vec{B} .

Les taux de fuites T_L , taux de fission de l'U235 et taux d'absorption de l'U238 ainsi que la valeur de K_∞ sont reportés dans le tableau 5.5. Dans le cas d'un modèle de fuites homogènes,

le taux de fuites est donné, d'après (3.31), par :

$$T_L = D_B B^2 \varphi \quad (5.1)$$

Dans le cas du modèle hétérogène d'APOLLO-3, le taux de fuites est directement calculé à partir du courant de fuites :

$$T_L = i \vec{B} \cdot \vec{j} \quad (5.2)$$

	APOLLO-2	APOLLO-3			
	$B1\text{-hom.}$	$B1\text{-hom.}$	$\vec{B} = B \hat{e}_z$	$\vec{B} = B \hat{e}_x$	$\vec{B} = B (\hat{e}_x + \hat{e}_y)$
K_∞	1,29904	1,29890	1,29888	1,29887	1,29887
T_L	0,23020	0,23010	0,229	0,229	0,229
$T_{\text{fiss}}^{U^{235}}$	0,37969	0,37976	0,37973	0,37974	0,37974
$T_{\text{abso}}^{U^{238}}$	0,24113	0,24111	0,24114	0,24114	0,24114

Tableau 5.5 Cellule UOx + fuites : K_∞ et taux de réaction

On voit que les résultats sont extrêmement proches entre les deux codes pour le modèle de fuites homogènes, les écarts étant inférieurs à 10 pcm.

Concernant le modèle de fuites hétérogènes, remarquons que dans l'état actuel du code APOLLO-3, la recherche de laplacien critique ne converge pas exactement vers $K_{\text{eff}} = 1$ (écarts de 100/150 pcm) car l'algorithme de recherche du B^2 sur le motif homogénéisé n'est programmé qu'à l'ordre $P1$ pour la loi de choc (voir partie 3.5.2). Dès lors, le bilan neutronique n'est pas conservé entre le motif réel (traité avec loi de choc $P3$) et le motif homogénéisé. Plus précisément, d'après le tableau 5.5, c'est le taux de fuites qui n'est pas conservé puisque K_∞ et les autres taux sont cohérents avec ceux du modèle homogène (écarts inférieurs à 3 pcm). C'est d'ailleurs la raison pour laquelle le taux de fuites est présenté avec peu de chiffres significatifs.

Le faible écart entre ces taux de réaction permet de supposer que le modèle hétérogène en soi n'aura que peu d'impact sur la génération des sections efficaces homogénéisées/condensées et que le fait que l'algorithme ne converge pas vers la situation critique n'est pas gênant. On observe de plus que la direction de \vec{B} a un impact nul sur les taux de réaction.

Ces observations laissent a priori présager qu'un modèle de fuites hétérogènes n'apportera aucune amélioration par rapport à un modèle homogène et que la direction des fuites est sans impact. Cependant, le passage par un modèle de fuites hétérogènes permet le calcul du courant de fuites exact, qui peut alors être utilisé pour homogénéiser et condenser la section

efficace de transfert d'ordre 1 selon l'équation (3.82). Le spectre et la distribution spatiale du courant n'ayant pas de raison a priori d'être identiques, le traitement exact des fuites (et de leur direction) peut alors avoir un impact.

Pour illustrer cela, les matrices de transfert d'ordre 1 ont été homogénéisées et condensées à 2 groupes (coupure à 4,00 eV) à la suite du calcul de cellule avec modèle de fuites hétérogènes (\vec{B} dirigé selon \hat{e}_x ou \hat{e}_z). Le flux scalaire et le courant de fuites ont été utilisés pour pondérer les sections efficaces. On obtient les matrices de transfert suivantes :

— cond./homog. par flux scalaire φ avec \vec{B} selon \hat{e}_x ou \hat{e}_z

$$\bar{\bar{\Sigma}}_{s,1} = \begin{bmatrix} 0,640 & 0 \\ 0,020 & 0,968 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

— cond./homog. par courant de fuites $\vec{j} \cdot \vec{B}$ avec \vec{B} selon \hat{e}_x

$$\bar{\bar{\Sigma}}_{s,1} = \begin{bmatrix} 0,829 & 0 \\ 0,011 & 1,439 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

— cond./homog. par courant de fuites $\vec{j} \cdot \vec{B}$ avec \vec{B} selon \hat{e}_z

$$\bar{\bar{\Sigma}}_{s,1} = \begin{bmatrix} 0,830 & 0 \\ 0,011 & 1,452 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

On voit que lors d'une condensation par le flux scalaire, la direction des fuites n'a pas d'importance. En revanche, on observe des différences significatives entre les deux types de condensation (par φ ou par $\vec{j} \cdot \vec{B}$). Qui plus est, la section $\Sigma_{s,1}$ devient très légèrement dépendante de la direction si le courant de fuites est utilisé mais cette dépendance est faible devant les écarts liés au type de condensation.

Ainsi, la condensation par le courant fait augmenter les sections de transferts du groupe dans lui-même et fait diminuer la section transfert du groupe rapide vers le groupe thermique. Cela signifie que la condensation par le courant privilégie les chocs sans pertes d'énergie, c'est-à-dire sans changement de direction, comme l'illustre l'équation (5.6) qui donne le cosinus de l'angle de déviation θ du neutron en fonction des énergies du neutron incident E et sortant E' pour une collision élastique avec un noyau de numéro de masse A initialement au repos dans le référentiel du laboratoire (voir Hébert (2009)).

$$\cos(\theta) = \frac{1}{2}(A+1)\sqrt{\frac{E'}{E}} - \frac{1}{2}(A-1)\sqrt{\frac{E}{E'}} \quad (5.6)$$

Or d'un point de vue pratique, un choc sans changement de direction est équivalent à une fuite : la condensation par le courant privilégie bien les fuites.

Sur la figure 5.2 sont représentés les spectres du flux et du courant intégrés sur chacune des trois zones que sont le combustible, la gaine et le modérateur. Les grandeurs sont normalisées à 1 neutron sur toute la cellule.

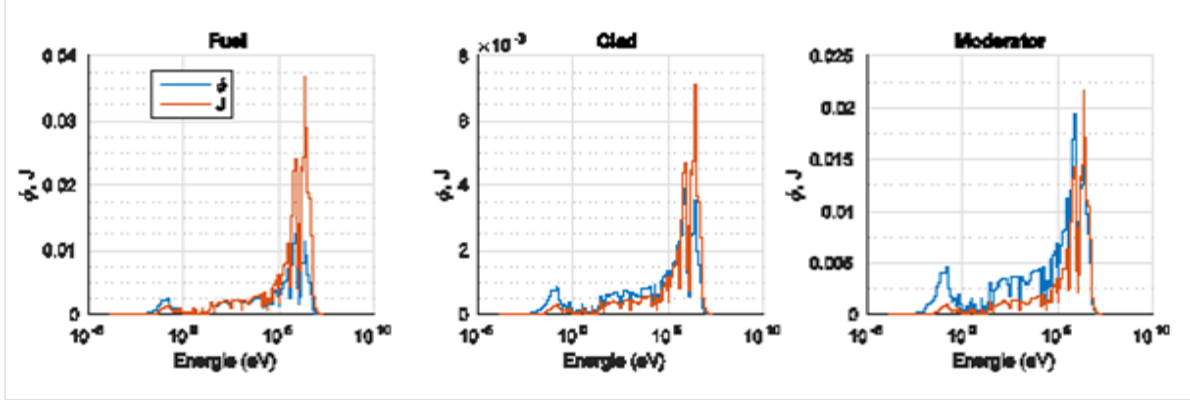


Figure 5.2 Cellule UOx : spectres du flux et du courant de fuites

On observe dans chacune des zones que le spectre du courant est plus dur que celui du flux. D'un point de vue spatial, on constate un déplacement du courant vers la zone combustible. Ainsi, l'effet d'une homogénéisation/condensation de la section efficace de transfert $P1$ par le courant plutôt que par le flux est double :

- importance plus grande accordée aux groupes rapides ;
- poids plus important de la zone combustible au détriment de la gaine et du modérateur.

5.2.2 Cellule UOx vidangée

Nous avons calculé de même les matrices de transfert $P1$ pour la cellule vidangée d'un facteur 10 (partie 5.1.2) :

- cond./homog. par flux scalaire φ avec \vec{B} selon \hat{e}_x ou \hat{e}_z

$$\bar{\bar{\Sigma}}_{s,1} = \begin{bmatrix} 0,119 & 0 \\ 5,64 \cdot 10^{-4} & 0,108 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

- cond./homog. par courant de fuites $\vec{j} \cdot \vec{B}$ avec \vec{B} selon \hat{e}_x

$$\bar{\bar{\Sigma}}_{s,1} = \begin{bmatrix} 0,197 & 0 \\ 4,48 \cdot 10^{-4} & 0,140 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

— cond./homog. par courant de fuites $\vec{j} \cdot \vec{B}$ avec \vec{B} selon \hat{e}_z

$$\bar{\bar{\Sigma}}_{s,1} = \begin{bmatrix} 0,209 & 0 \\ 4,83.10^{-4} & 0,159 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

On voit que l’homogénéisation/condensation par le courant de fuites change significativement la valeur des sections efficaces de transfert. De plus, l’effet directionnel dans le cas de la condensation par le courant est maintenant significatif, contrairement au cas non vidangé (effet de quelques %).

Notons que dans ce cas de cellule sous-critique, les fuites sont en fait des sources neutroniques. La pertinence du modèle est alors variable selon le type de situation calculée : un laplacien dirigé selon \hat{e}_z pourra modéliser la partie supérieure d’un réacteur à eau bouillante, l’eau ayant une masse volumique très faible (vapeur d’eau), tandis qu’un laplacien radial pourra représenter une ébullition locale d’un coeur (par exemple au centre).

5.2.3 Temps de calcul

Le temps de calcul de flux sur la cellule avec modèle de fuites hétérogènes est sensiblement plus long qu’avec la procédure standard $B1$ homogène (d’un facteur 4 ou 5).

En effet, l’équation (3.8) comporte une partie réelle et une partie imaginaire (du moins dans le cas surcritique) ce qui constitue déjà en soi un délai supplémentaire. De plus, de par cette particularité, il n’y a pas encore de méthode d’accélération programmée dans APOLLO-3.

Avec une méthode d’accélération, on peut s’attendre à obtenir un gain significatif sur le temps de calcul, la MOC étant relativement lente à converger.

Enfin, certaines restrictions s’appliquent sur la taille minimale du motif qui peut être calculé en lien avec les propriétés de symétrie pour le vecteur \vec{B} (voir Tommasi (2015)).

Notons que l’algorithme de recherche du laplacien critique est similaire à celui utilisé pour le cas du modèle homogène et ne devrait pas constituer une restriction au niveau du temps de calcul.

5.3 Calculs de traverses

Dans cette partie, nous allons évaluer l’impact du modèle de fuites pour la génération de sections efficaces utilisées dans un calcul de deuxième niveau. Le cas d’une traverse constituée de cellules sera illustré. Après une recherche rapide de criticité, la géométrie retenue est composée de 15 cellules avec des conditions de réflexion sur toutes les faces à l’exception de

la frontière droite. Sur cette frontière, une condition de vide est appliquée, permettant de représenter des fuites neutroniques radiales.

5.3.1 Configuration de référence - stratégie de validation

Pour le choix de la référence, nous avons considéré un calcul de la traverse à 281 groupes d'énergies avec le solveur TDT-MOC d'APOLLO-3. En effet cette situation donne la possibilité de partir des mêmes sections efficaces autoprotégées pour le calcul de référence et pour la première étape du calcul à deux niveaux (calcul de réseau avec modèle de fuites). Nous nous affranchissons ainsi des biais liés aux différences de représentation du problème entre TRIPOLI-4 et APOLLO-3 et notamment des différences observées pour le cas de la cellule vidangée (voir tableau 5.3).

Les sections efficaces autoprotégées seront donc calculées pour une cellule en mode fondamental sans distinction des cellules en fonction de leur proximité du bord de la traverse. En supposant un maillage suffisamment raffiné pour la géométrie de référence, on pourra alors chiffrer uniquement les effets du modèle de fuites et des méthodes d'homogénéisation/condensation.

En fin de stage, un calcul avec TRIPOLI-4 a également été réalisé à des fins de comparaison avec la chaîne de calcul DRAGON-DONJON. La référence TDT-MOC-281G sera donc comparée à son tour aux résultats de ce calcul.

Pour le calcul de la traverse avec le solveur TDT-MOC, le maillage spatial est représenté sur la figure 5.3.



Figure 5.3 Traverse : géométrie de référence

Une étude de convergence sur les paramètres de traçage a été réalisée et a révélé une grande sensibilité de la valeur propre à ces paramètres. Notamment, un nombre important d'angles azimutaux ($N_\psi = 96$) et un espacement très fin des trajectoires ($\Delta_r = 0,001$ cm) est nécessaire. Une quadrature produit est utilisée pour générer les lignes d'intégration sur 4π radians à partir d'une quadrature polaire de Bickley et d'une quadrature azimutale avec angles équidistants.

Le facteur de multiplication de la traverse calculé avec APOLLO-3 est reporté dans le tableau 5.6 ainsi que le résultat du calcul TRIPOLI-4 effectué en fin de stage. Sur la figure 5.4 est

tracé le taux de fission par cellule (normalisation à une fission sur toute la traverse) ainsi que l'écart relatif entre APOLLO-3 et TRIPOLI-4 :

$$\Delta_r = 100 \frac{T_{\text{fiss}}^{\text{AP3}} - T_{\text{fiss}}^{\text{T4}}}{T_{\text{fiss}}^{\text{T4}}} \quad (5.10)$$

	TRIPOLI-4	APOLLO-3
K_{∞}	$1,00112 \pm 2 \text{ pcm}$	0,99818
$\Delta\rho \text{ (pcm)}$	/	-294

Tableau 5.6 Traverse : K_{eff} (référence)

On voit qu'APOLLO-3 sous-estime K_{eff} d'environ 300 pcm. La moitié de cet écart pouvant être attribuée aux différences de traitement du motif en réseau infini, d'après les études de la partie 5.1.1, l'écart subsistant est relativement faible.

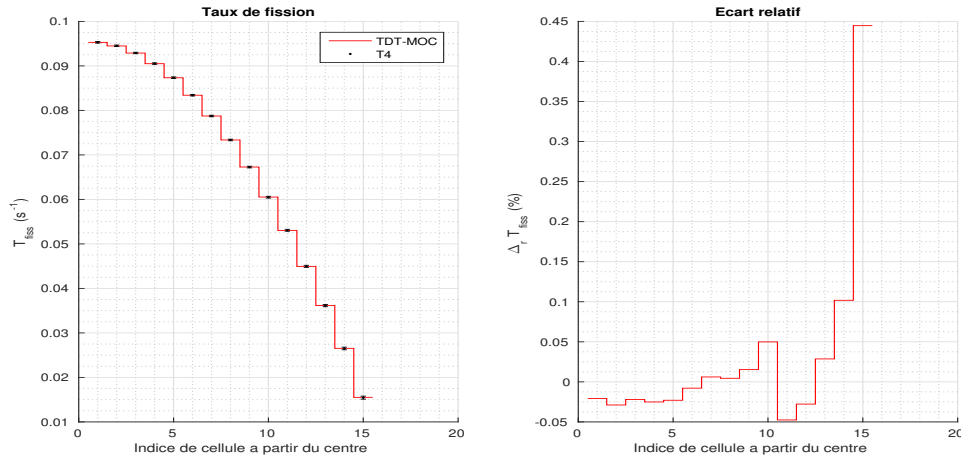


Figure 5.4 Traverse : taux de fission (référence)

En ce qui concerne la distribution des fissions, on observe un très bon accord entre le calcul déterministe et le calcul Monte Carlo, avec des écarts relatifs par cellule inférieurs à 0,1 % (et 0,45 % dans la dernière cellule).

Ces faibles écarts nous permettent de valider comme « référence » le calcul de traverse TDT-MOC-281G. Lorsque des comparaisons seront faites avec TRIPOLI-4, elles seront mentionnées explicitement (notamment lors des comparaisons avec DRAGON-DONJON dans la

partie 5.3.5). Mentionnons par avance que, qualitativement, la nature des conclusions que nous allons tirer est inchangée si l'on considère le calcul de Monte Carlo comme référence.

5.3.2 Schéma double niveau

La même traverse est calculée à l'aide d'un schéma double niveau :

- calcul d'une cellule en mode fondamental avec recherche de B^2 critique, suivi d'une homogénéisation des sections efficaces sur la cellule et d'une éventuelle condensation à 8 ou 20 groupes d'énergies (structure énergétique disponible en annexe D) ;
- calcul de la traverse homogène avec une méthode S_N (solveur IDT-SN d'APOLLO-3).

Le calcul de cellule est effectué avec les différents modèles de fuites. Lors de l'utilisation du modèle hétérogène, le laplacien est dirigé selon le gradient du flux macroscopique, c'est-à-dire selon \hat{e}_x . Les sections efficaces sont homogénéisées/condensées par le flux scalaire. Le courant de fuites est également utilisé pour $\Sigma_{s,1}$ dans le cas du modèle de fuites hétérogènes. La traverse homogène est subdivisée en 70 mailles de 0,252 cm et 10 mailles de 0,126 cm proches du bord. L'aspect angulaire est décrit par une quadrature rectangulaire de Gauss-Legendre S64x64. L'anisotropie du choc est prise en compte à l'ordre $L = 3$.

Effet de l'homogénéisation

L'effet de l'homogénéisation seule sans condensation est étudié ici. Sur le tableau 5.7 est reportée la valeur propre comparée à la référence TDT-MOC-281G. Les résultats obtenus avec TRIPOLI-4 sont également présentés à titre informatif.

	TRIPOLI-4	Réf. TDT-MOC-281G (AP3)	IDT-SN-281G (AP3)		
			$B1$ -hom. (h. ϕ)	$B1$ -het. (h. ϕ)	$B1$ -het. (h. $\vec{j} \cdot \vec{B}$)
K_{eff}	$1,00112 \pm 2$ pcm	0,99818	1,00226	1,00221	1,00083
$\Delta\rho^{MOC}$ (pcm)	/	/	+408	+402	+265
$\Delta\rho^{T4}$ (pcm)	/	-294	+114	+108	-29

Tableau 5.7 Traverse : K_{eff} - Effet de l'homogénéisation

On observe que l'effet de l'homogénéisation seule est d'environ 400 pcm pour un modèle homogène ou hétérogène avec condensation par le flux scalaire. L'utilisation du courant de fuites pour $\Sigma_{s,1}$ permet de réduire l'écart de 140 pcm.

Les comparaisons avec TRIPOLI-4 donnent d'excellents résultats. Cependant, cela cache évidemment des compensations puisque que les calculs de traverse grossiers (géométrie homogène, une seule cellule pour l'autoprotection ...) donnent de meilleurs résultats que le calcul de cellule en réseau infini (écart chiffré à -139 pcm, voir tableau 5.2). Les conclusions tirées quand à la comparaison des modèles de fuites ne sont cependant pas affectées.

Effet de la condensation

Une étape de condensation à 8 ou 20 groupes est maintenant ajoutée au processus d'homogénéisation. L'effet sur le facteur de multiplication est présenté dans les tableaux 5.8 et 5.9. L'écart en réactivité avec le calcul TRIPOLI-4 est donné encore une fois à titre informatif.

	TRIPOLI-4	Réf. TDT-MOC-281G (AP3)	IDT-SN-20G (AP3)		
			$B1\text{-hom.}$ (h/c ϕ)	$B1\text{-het.}$ (h/c ϕ)	$B1\text{-het.}$ (h/c $\vec{j} \cdot \vec{B}$)
K_{eff}	$1,00112 \pm 2$ pcm	0,99818	1,00373	1,00369	1,00061
$\Delta\rho^{MOC}$ (pcm)	/	/	+554	+550	+243
$\Delta\rho^{T4}$ (pcm)	/	-294	+260	+256	-51

Tableau 5.8 Traverse : K_{eff} - Effet de la condensation (20G)

	TRIPOLI-4	Réf. TDT-MOC-281G (AP3)	IDT-SN-8G (AP3)		
			$B1\text{-hom.}$ (h/c ϕ)	$B1\text{-het.}$ (h/c ϕ)	$B1\text{-het.}$ (h/c $\vec{j} \cdot \vec{B}$)
K_{eff}	$1,00112 \pm 2$ pcm	0,99818	1,00802	1,00798	0,99888
$\Delta\rho^{MOC}$ (pcm)	/	/	+977	+973	+70
$\Delta\rho^{T4}$ (pcm)	/	-294	+683	+679	-224

Tableau 5.9 Traverse : K_{eff} - Effet de la condensation (8G)

Une fois encore, on observe à 20 groupes comme à 8 groupes des résultats quasiment identiques entre les modèle de fuites homogènes et hétérogènes dès lors que l'on adopte une condensation par le flux (gain de 5 pcm seulement pour un traitement exact des fuites). En revanche, la méthode de condensation par le courant de fuites pour $\Sigma_{s,1}$ donne de bons résultats puisque l'écart en réactivité est réduit de plusieurs centaines de pcm.

En comparant les résultats du tableaux 5.8 avec ceux du tableau 5.7, on voit que lors du processus d'homogénéisation / condensation à 20 groupes, l'homogénéisation constitue les

trois quarts de l'écart en réactivité lorsque l'on condense les sections efficaces par le flux scalaire et la quasi-totalité de cet écart si l'on utilise le courant de fuites.

À 8 groupes, la condensation de $\Sigma_{s,1}$ par le flux donne de mauvais résultats. L'utilisation du courant de fuites a un effet de 900 pcm sur K_{eff} , ce qui donne un excellent accord avec la référence TDT-MOC-281G. Il est cependant légitime de questionner la pertinence du calcul à 8 groupes puisque ce maillage n'a pas été optimisé pour des calculs de REP en transport. Il sera donc abandonné pour la suite des études.

Effet de la méthode de recherche de laplacien critique

Comme nous l'avons mentionné dans la partie 5.2.1, la recherche de laplacien critique au sein du modèle de fuites hétérogènes n'est programmée qu'à l'ordre 1 pour l'anisotropie du choc, ce qui conduit à un K_{eff} différent de 1 pour la cellule.

Pour quantifier l'effet de cet écart, la méthode d'interpolation/extrapolation de $B^2 = f(K_{\text{eff}})$ présentée dans la partie 3.5.3 a été utilisée pour la recherche de laplacien critique sur la cellule. Nous avons constaté que les résultats obtenus avec cette méthode pour le calcul de la traverse homogène à 20 groupes sont identiques à ceux présentés dans le tableau 5.8 (à 5 pcm près) et que les temps de calcul sont comparables.

Distribution des taux de fission

Sur la figure 5.5 est représentée la distribution du taux de fission par cellule en fonction de la procédure utilisée : modèle de fuites homogènes ou hétérogènes, homogénéisation/condensation à 20 groupes par le flux ou le courant de fuites pour $\Sigma_{s,1}$. L'écart relatif (en %) avec la référence TDT-MOC-281G est également donné.

On voit que le calcul SN-20G donne des résultats très proches de la référence (écart relatif inférieur à 0,1% sur les deux tiers des cellules), y compris près de la frontière à droite (écart relatif inférieur à 1%). Les deux courbes correspondant à l'homogénéisation/condensation de $\Sigma_{s,1}$ par le flux sont superposées. L'utilisation du courant de fuites donne des résultats légèrement meilleurs dans les cellules centrales, mais les écarts constatés ne sont pas significatifs. Ainsi, il est difficile de discriminer les méthodes. A 8 groupes, un graphique similaire peut être obtenu.

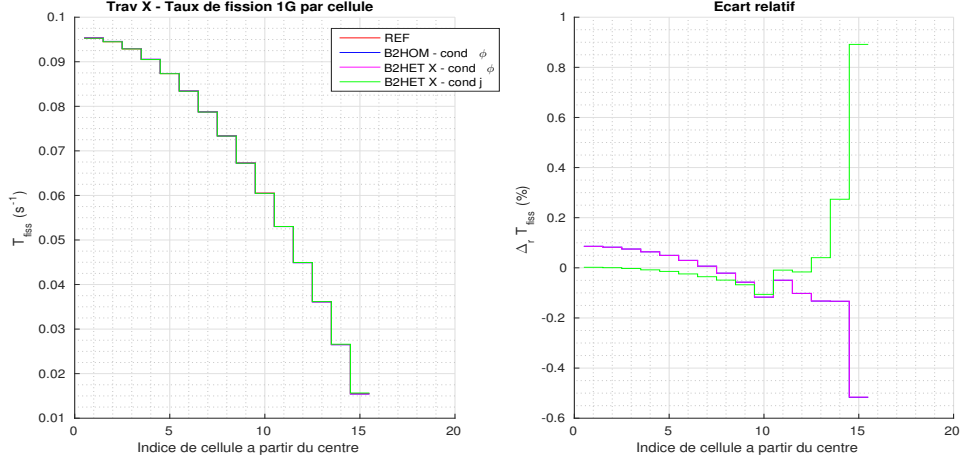


Figure 5.5 Traverse : taux de fission

Évaluation du taux de fuites

Les différents termes de l'équation de bilan neutronique

$$T_{\text{abso}} + T_L = \frac{1}{K_{\text{eff}}} T_{\text{prod}} \quad (5.11)$$

sont détaillés dans le tableau 5.10, avec T_{abso} le taux d'absorption, T_{prod} le taux de production (normalisé à 1) et T_L le taux de fuites. Plus précisément, sont reportés dans ce tableau les taux du calcul de référence et l'écart absolu entre le calcul à 20 groupes de la traverse homogène et le calcul de référence :

$$\Delta_a = 10^5 (T^{SN} - T^{MOC}) \quad (5.12)$$

	Réf. TDT-MOC-281G (AP3)	IDT-SN-20G (AP3)		
		$B1\text{-hom.}$ (h/c ϕ)	$B1\text{-het.}$ (h/c ϕ)	$B1\text{-het.}$ (h/c $\vec{j} \cdot \vec{B}$)
T_L / Δ_a (pcm)	0,22917	-495	-493	-205
$T_{\text{abso}} / \Delta_a$ (pcm)	0,77266	-59	-57	-39

Tableau 5.10 Traverse : taux d'absorption et de fuites

On observe que le gain se fait sur la représentation des fuites, les taux d'absorption étant sensiblement équivalents entre les différents modèles. Plus précisément, l'homogénéisation/condensation de $\Sigma_{s,1}$ par le flux scalaire sous-estime le taux de fuites (environ 500 pcm) : l'uti-

lisation du courant de fuites permet de rehausser ce taux de 300 pcm.

Ces résultats sont cohérents avec le fait que $\Sigma_{s,1}$ joue un rôle sur le transport des neutrons. Dans un motif homogène, une variation de cette section efficace n'a pas d'impact sur les taux d'absorption et de production et donc, au premier ordre dans la traverse, une variation de $\Sigma_{s,1}$ ne peut alors entraîner qu'une variation du taux de fuites.

5.3.3 Effet de vidange

Une situation partiellement vidangée est maintenant considérée avec vidange des 3 cellules centrales (densité du modérateur divisée par 10).

Les valeurs de paramètres de traçage de la partie 5.3.1 sont utilisées pour la traverse de référence TDT-MOC-281G. Le maillage spatial est raffiné pour les deux cellules non vidangées près de l'interface.

Les sections efficaces autoprotégées sont calculées indépendamment sur la cellule vidangée en réseau infini et sur la cellule non vidangée. Ainsi, il n'y a pas de biais d'autoprotection entre le calcul de référence et le schéma double niveau.

Calcul des principaux taux intégraux

La valeur propre de la traverse en fonction du schéma adopté (modèle de fuites homogènes, hétérogènes, méthode d'homogénéisation/condensation) et comparée à la référence TDT-MOC-281G est présentée dans le tableau 5.11. L'effet de vidange Δ^{vid} est également calculé avec la formule (4.5). Des comparaisons avec TRIPOLI-4 sont données à titre informatif.

	TRIPOLI-4	Réf. TDT-MOC -281G (AP3)	IDT-SN-20G (AP3)		
			$B1\text{-hom.}$ (h/c ϕ)	$B1\text{-het.}$ (h/c ϕ)	$B1\text{-het.}$ (h/c $\vec{j} \cdot \vec{B}$)
K_{eff}	$0,90293 \pm 6$ pcm	0,90160	0,90498	0,90493	0,90182
$\Delta\rho^{MOC}$ (pcm)	/	/	+414	+408	+27
$\Delta\rho^{T4}$ (pcm)	/	-164	+250	+244	-137
Δ^{vid} (pcm)	$-10\,862 \pm 8$	-10 732	-10 871	-10 873	-10 950
$\Delta^{MOC}(\Delta^{\text{vid}})$ (pcm)	/	/	-139	-141	-218
$\Delta^{T4}(\Delta^{\text{vid}})$ (pcm)	/	+130	-9	-11	-88

Tableau 5.11 Traverse vidangée : K_{eff} et effet de vidange

On voit que la teneur qualitative des résultats est semblable au cas non vidangé. Le traitement

exact des fuites n'apporte que peu d'améliorations par rapport au modèle homogène. En revanche, l'utilisation du courant de fuites (réel pour la cellule vidangée et imaginaire pour la cellule en eau) pour $\Sigma_{s,1}$ permet un gain significatif sur K_{eff} (environ 400 pcm). L'effet de vidange est légèrement moins bien estimé avec cette méthode.

À 8 groupes, les résultats ne sont pas présentés mais nous avons observé des écarts significatifs en réactivité avec la référence ($\Delta\rho^{MOC} \approx +600$ pcm avec modèle de fuites homogènes et ≈ -550 pcm avec fuites hétérogènes et utilisation du courant de fuites), ce qui confirme que le maillage n'est pas adapté.

Les comparaisons avec TRIPOLI-4 sont à considérer avec beaucoup de mesure étant donné le traitement simple que nous faisons de l'autoprotection des résonnances (aucun couplage entre zones) et les écarts que nous avons observés dans le tableau 5.3 pour la cellule vidangée.

En ce qui concerne le détail des taux d'absorption et de fuites, on voit dans le tableau 5.12 que la condensation par le courant de fuites permet de rehausser le taux de fuites d'environ 350 pcm et que l'effet sur le taux d'absorption est faible.

	Réf. TDT-MOC-281G (AP3)	IDT-SN-20G (AP3)		
		$B1\text{-hom.}$ (h/c ϕ)	$B1\text{-het.}$ (h/c ϕ)	$B1\text{-het.}$ (h/c $\vec{j} \cdot \vec{B}$)
T_L / Δ_a (pcm)	0,31355	-413	-410	-54
$T_{\text{abso}} / \Delta_a$ (pcm)	0,79559	-1	+2	+28

Tableau 5.12 Traverse vidangée : taux d'absorption et de fuites

Distribution des taux de fission

La distribution des taux de fission par cellules est tracée sur la figure 5.6. Les taux obtenus avec TRIPOLI-4 ont également été reportés et on constate un excellent accord avec la référence TDT-MOC-281G.

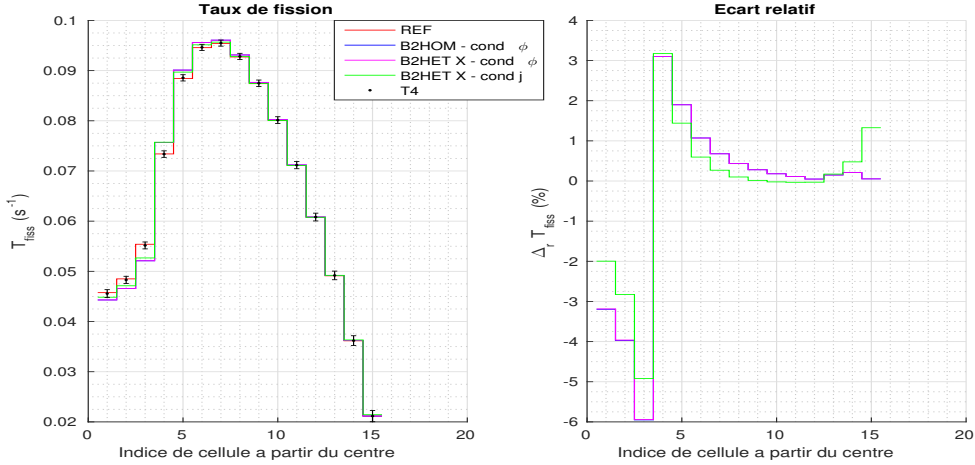


Figure 5.6 Traverse vidangée : taux de fission

On observe sur les résultats des calculs homogènes des effets de compensation entre des taux sous-estimés dans la zone vidangée et surestimés dans la zone en eau. Les modèles homogène et hétérogène donnent des résultats identiques si l'on condense toutes les sections efficaces par le flux scalaire. En revanche, la condensation de $\Sigma_{s,1}$ par le courant de fuites permet d'atténuer les effets de compensations (gain relatif de 1% sur le taux de fission d'une cellule vidangée). Cela montre que cette méthode permet de mieux représenter le transport des neutrons des zones nourricières vers les zones « consommatrices » de neutrons (bord et zone vidangée).

5.3.4 Ajout d'un réflecteur en eau

Une géométrie présentant un réflecteur en eau est maintenant calculée. La taille de la traverse est réduite à 11 cellules pour pallier à l'augmentation de réactivité. 15,12 cm de réflecteur sont ajoutés à droite et une condition de vide est appliquée. Le réflecteur est maillé finement proche des interfaces (voir figure 5.7).



Figure 5.7 Traverse + réflecteur : géométrie de référence

Pour l'autoprotection des résonnances, deux motifs sont considérés conduisant à 3 types de

cellules :

- motif en réseau infini ;
- motif de 3 cellules avec une cellule réflecteur et deux cellules combustibles distinctes.

La géométrie de la figure 5.7, utilisée comme référence pour le calcul avec le solveur TDT-MOC à 281 groupes, nécessite des paramètres de traçage très fin pour l'obtention d'une valeur propre convergée ($N_\psi = 300$ et $\Delta_r = 0,001$ cm).

À l'issu du calcul TDT-MOC-281G, les sections efficaces du réflecteur sont homogénéisées et condensées à 20 groupes et par tranches de 1,26 cm. La section efficace $\Sigma_{s,1}$ est calculée avec les harmoniques sphériques du flux (méthode et justifications présentées dans l'annexe B). Les sections efficaces du combustible sont générées à partir de calculs en mode fondamental avec les différents modèles de fuites.

Un nouveau calcul de traverse, homogène par morceaux, est alors effectué avec le solveur IDT-SN et les résultats sont comparés dans le tableau 5.13 (K_{eff}) et sur la figure 5.8 (distribution du taux de fission).

	Réf. TDT-MOC-281G (AP3)	IDT-SN-20G (AP3)		
		$B1\text{-hom.}$ (h. ϕ)	$B1\text{-het.}$ (h. ϕ)	$B1\text{-het.}$ (h. $\vec{j} \cdot \vec{B}$)
K_{eff}	1,01461	1,01558	1,01554	1,01568
$\Delta\rho^{MOC}$ (pcm)	/	+94	+90	+104

Tableau 5.13 Traverse + réflecteur : K_{eff}

On voit que l'homogénéisation/condensation par le courant de fuites est moins performante d'environ 10 pcm pour le calcul de K_{eff} (différence peu significative) par rapport à l'utilisation du flux scalaire (avec modèle homogène ou hétérogène).

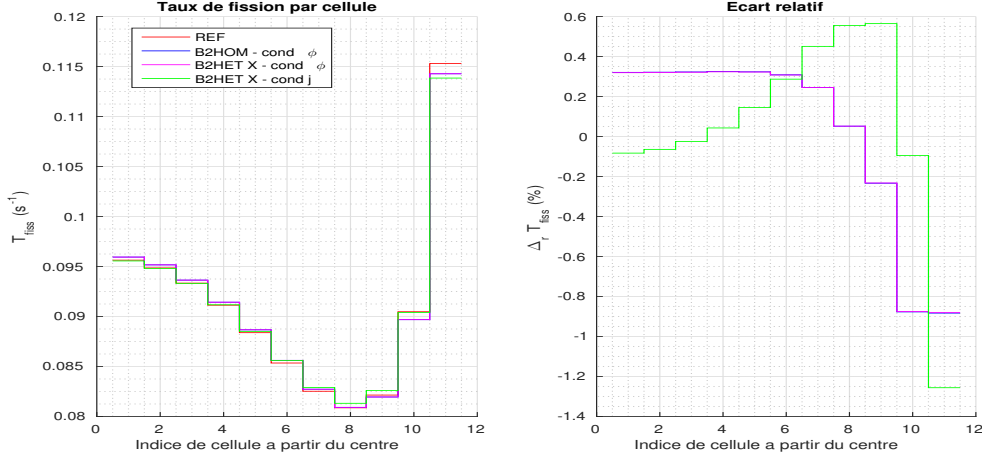


Figure 5.8 Traverse + réflecteur : taux de fission

Sur la distribution des taux de fission, il est difficile de discriminer entre les méthodes : au centre du coeur, l'utilisation du courant de fuites paraît donner de meilleurs résultats mais la tendance semble s'inverser proche du réflecteur.

En regard de ces résultats, on voit qu'il est difficile de justifier l'utilisation d'un modèle de fuites hétérogènes pour calculer $\Sigma_{s,1}$ avec le courant de fuites car les gains sont faibles. En effet, la géométrie étudiée comporte peu de fuites et le gradient du flux est moins prononcé qu'en absence de réflecteur.

Remarque : un réflecteur en acier a également été calculé et nous avons constaté des résultats similaires que nous ne présentons pas ici. Des difficultés ont été rencontrées pour le calcul des sections efficaces autoprotégées de l'acier (Fe56 et Cr52) à 281 groupes (nécessité d'autoprotéger les résonnances en absorption par une méthode de structure fine et la partie rapide du spectre par une méthode de sous-groupes, ce qui n'était pas possible dans APOLLO-3 au moment où le travail a été effectué).

5.3.5 Comparaisons avec DRAGON-DONJON

Des comparaisons entre le modèle « exact » de fuites hétérogènes d'APOLLO-3 et le modèle approché TIBERE-2 de DRAGON-3 ont été effectuées pour les traverses sans réflecteur, en eau et vidangée, des parties 5.3.2 et 5.3.3.

Avec DRAGON-3, les sections efficaces homogénéisées et condensées à 20 groupes sont générées sur la cellule avec modèle de fuites homogènes (option « PNL », voir partie 3.2.4) et

hétérogènes. DONJON-5 est utilisé pour calculer la traverse en théorie de la diffusion et avec une méthode SP_3 (équivalente à une méthode P_3 sur cette géométrie 1D). Dans ce dernier cas, plusieurs méthodes d'homogénéisation/condensation sont utilisées pour le calcul de $\Sigma_{s,1}$:

- par le flux scalaire ϕ ;
- par le courant de fuites homogènes j des équations (3.18) (procédure standard de DRAGON-3 si un modèle homogène est utilisé) ;
- par les courants directionnels j_k selon l'équation (3.78) (procédure standard de DRAGON-3 si un modèle hétérogène est utilisé).

Dans cette partie, les résultats sont exceptionnellement comparés aux résultats d'une simulation TRIPOLI-4.

En théorie de la diffusion, on obtient les facteurs de multiplication du tableau 5.14 pour la traverse en eau. On constate un écart en réactivité significatif qui laisse supposer que la théorie de la diffusion n'est pas adaptée. Pour le cas de la vidange centrale, les écarts sont encore plus importants ($\Delta\rho \approx -1300$ pcm).

	TRIPOLI-4	DRAGON-DONJON	
		$B1\text{-hom. (h/c } j)$	$B1\text{-het. (h/c } j_k)$
K_∞	$1,00112 \pm 2$ pcm	0,99475	0,99343
$\Delta\rho$ (pcm)	/	-640	-774

Tableau 5.14 Traverse : K_{eff} (D&D - diffusion)

Si l'on effectue le calcul de traverse avec une méthode SP_3 , on obtient les résultats du tableau 5.15. Les résultats obtenus avec APOLLO-3 ont été recopiés du tableau 5.8.

	TRIPOLI-4	APOLLO-3		DRAGON-DONJON			
		$B1\text{-hom. (h. } \phi)$	$B1\text{-het. (h. } \vec{j} \cdot \vec{B})$	$B1\text{-hom. (h. } \phi)$	$B1\text{-hom. (h. } j)$	$B1\text{-het. (h. } \phi)$	$B1\text{-het. (h. } j_k)$
K_{eff}	1,00112	1,00373	1,00061	1,00385	1,00401	1,00410	1,00104
$\Delta\rho$ (pcm)	/	+260	-51	+271	+288	+297	-8

Tableau 5.15 Traverse : K_{eff} (D&D - SP_3)

On constate que la méthode SP_3 donne de bien meilleurs résultats. Au niveau des différents schémas de calcul, on observe des effets similaires entre APOLLO-3 et DRAGON-DONJON :

- surestimation de K_{eff} d'environ 260/270 pcm avec un modèle homogène et homogénéisation/condensation par le flux scalaire ;
- l'utilisation du courant de fuites homogènes j donne des résultats sensiblement identiques (le spectre du flux et du courant homogène doivent être similaires) ;
- l'utilisation du modèle TIBERE-2 n'a pas un impact significatif si $\Sigma_{s,1}$ est générée avec le flux scalaire ;
- l'homogénéisation/condensation par les courants directionnels avec TIBERE-2 améliore le calcul de K_{eff} d'environ 300 pcm (ce que l'on avait remarqué avec APOLLO-3).

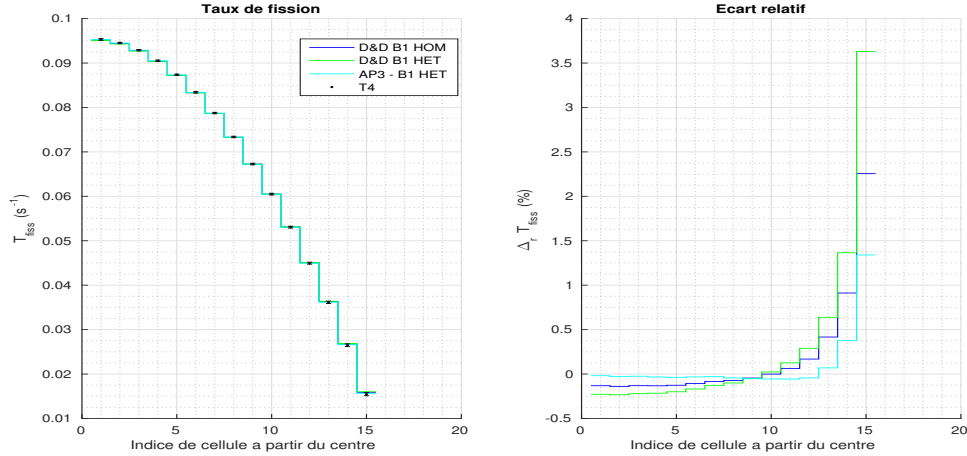
Pour la vidange des trois cellules centrales, seules les procédures standard de DRAGON-3 sont utilisées pour calculer $\Sigma_{s,1}$. Les résultats sont présentés dans le tableau 5.16.

	TRIPOLI-4	APOLLO-3		DRAGON-DONJON	
		$B1\text{-hom.}$ (h. ϕ)	$B1\text{-het.}$ (h. $\vec{j} \cdot \vec{B}$)	$B1\text{-hom.}$ (h. j)	$B1\text{-het.}$ (h. j_k)
K_{eff}	$0,90293 \pm 6$ pcm	0,90498	0,90182	0,90572	0,90256
$\Delta\rho$ (pcm)	/	+250	-137	+341	-46

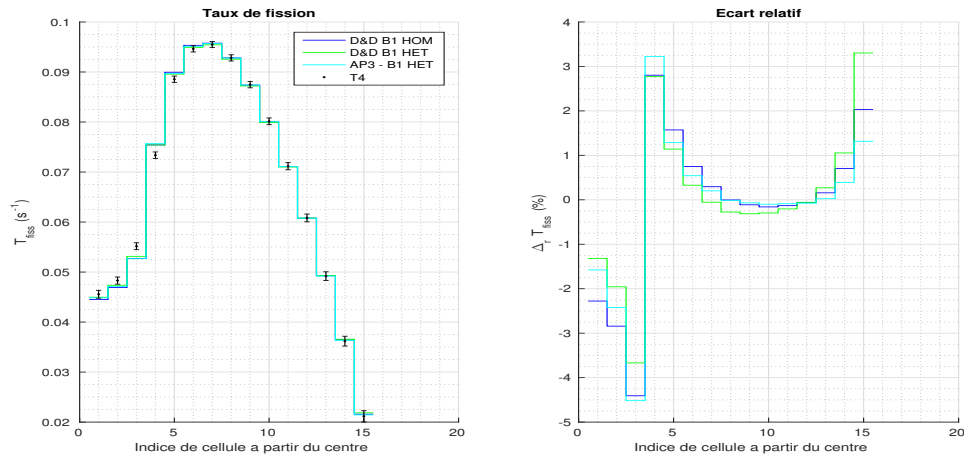
Tableau 5.16 Traverse vidangée : K_{eff} (D&D - SP_3)

De même, on constate que l'utilisation d'un modèle hétérogène avec utilisation des courants directionnels pour calculer $\Sigma_{s,1}$ permet d'améliorer la précision sur K_{eff} . L'effet constaté avec DRAGON-DONJON est similaire à celui d'APOLLO-3 : la réactivité chute d'environ 400 pcm.

Sur les figures 5.9 et 5.10 sont représentées les distributions du taux de fission pour la traverse en eau et avec vidange des trois cellules centrales, pour les modèles de fuites homogènes et hétérogènes de DRAGON, pour le modèle de fuites hétérogènes d'APOLLO-3, et pour le calcul de référence TRIPOLI-4.

Figure 5.9 Traverse : taux de fission (D&D - SP_3)

Pour la traverse en eau, le meilleur accord avec la référence est donné pour le modèle de fuites hétérogènes d'APOLLO-3. Le modèle de fuites hétérogènes de DRAGON donne de moins bons résultats, notamment proche de la frontière (taux surestimé de plus de 3,5% dans la dernière cellule).

Figure 5.10 Traverse vidangée : taux de fission (D&D - SP_3)

Pour la traverse vidangée au contraire, le modèle de fuites hétérogènes de DRAGON donne le meilleur accord avec la référence : les compensations entre taux sous-estimés dans la zone vidangée et surestimés dans la zone en eau sont abaissées. Les plus gros écarts sont constatés avec l'utilisation d'un modèle de fuites homogènes. L'amélioration constatée entre l'utilisation

du modèle homogène et du modèle TIBERE-2 de DRAGON est du même ordre de grandeur que celui que nous avons mis en évidence avec APOLLO-3 dans la partie 5.3.3 (figure 5.6). Le fait que le schéma de calcul DRAGON-DONJON soit quantitativement meilleur provient sans doute du meilleur traitement de l'autoprotection des résonnances (voir partie 5.1).

Ainsi, on voit que le modèle de fuites hétérogènes approché de DRAGON-3 donne de bons résultats et que ceux-ci sont très similaires à ceux que l'on obtient avec le modèle « exact » d'APOLLO-3.

5.4 Interprétation du programme EPICURE : configuration UH1.2

Le programme EPICURE est un programme expérimental qui a eu lieu dans le réacteur EOLE de Cadarache entre 1989 et 1994 dans le but d'enrichir les connaissances et les données expérimentales pour les coeurs à chargement mixte UOx-MOx.

Nous allons dans cette partie procéder aux premières interprétations avec APOLLO-3 de la configuration UH1.2 de ce programme, configuration dans laquelle le coeur est entièrement chargé avec des crayons UOx (voir figure 5.11), semblables à ceux de la partie 5.1.1 avec une surgaine en aluminium. Seize emplacements sont prévus pour des barres de sécurité et le réflecteur (en rose) est constitué d'eau borée. Différents niveaux de vidange de la zone centrale seront considérés.

Nous allons notamment montrer que le modèle de fuites hétérogènes d'APOLLO-3 est capable de simuler correctement les fuites axiales du coeur sur une géométrie 2D. Les résultats seront comparés à un calcul étalon TRIPOLI-4.

5.4.1 Coeur en configuration normale

Calcul 2D

Nous nous intéressons d'abord au cas de la configuration non vidangée (dite « réf. ») sans prendre en compte les fuites axiales (motif infini axialement).

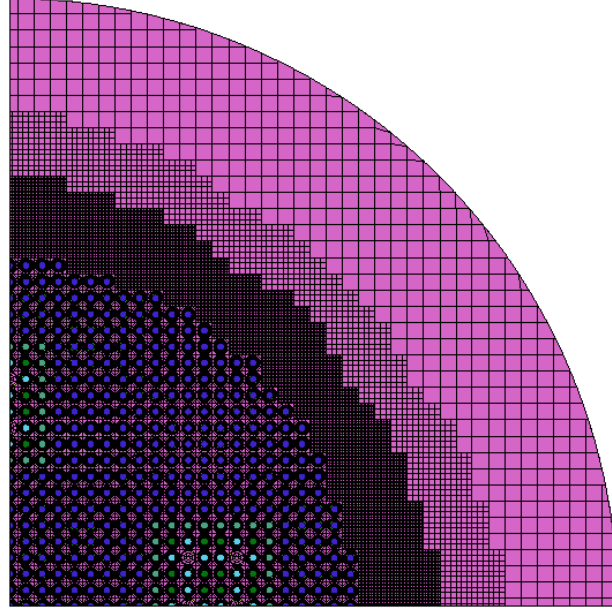


Figure 5.11 Configuration UH1.2 (EPICURE) : géométrie de référence

Pour le calcul des sections efficaces autoprotégées, les cellules proches des tubes guides sont distinguées des autres cellules qui sont autoprotégées en milieu infini.

Quelques difficultés ont été rencontrées avec la représentation de cette géométrie dans APOLLO-3, notamment en ce qui concerne les conditions aux limites : vide sur la frontière circulaire et rotations de $\pm \frac{\pi}{2}$ sur les faces x^- et x^+ . En effet, cette représentation n'était pas possible au moment où ce travail a été effectué. Plusieurs cas ont donc été testés :

- cas 1 : quart de coeur avec conditions aux limites (C.L.) de réflexion sur x^- et y^- ;
- cas 2 : quart de coeur sans arc de cercle pour le réflecteur (créneaux) et C.L. de réflexion sur x^- et y^- ;
- cas 3 : géométrie complète avec réflecteur en créneaux.

On obtient les valeurs de K_{eff} dans le tableau 5.17. Un élément de comparaison avec APOLLO-2 est donné.

	TRIPOLI-4	APOLLO-2	APOLLO-3		
			Cas 1	Cas 2	Cas 3
K_{eff}	$1,05056 \pm 2 \text{ pcm}$	1,05033	1,04921	1,04922	1,04903
$\Delta\rho \text{ (pcm)}$	/	-21	-122	-121	-139

Tableau 5.17 UH1.2-Réf. : K_{eff}

On voit que le fait de remplacer la frontière circulaire du réflecteur par des créneaux n'a aucun impact. Le fait de remplacer les C.L. de rotation $\pm \frac{\pi}{2}$ par des réflexions a un impact de 20 pcm environ sur la valeur propre calculée par APOLLO-3.

Les résultats APOLLO-3 sont moins bons que ceux d'APOLLO-2 (100 pcm d'écart) mais nous avons constaté que cet écart était déjà présent au niveau de la cellule (résultats non présentés).

Pour la suite, la frontière circulaire sera donc remplacée par des créneaux. De plus, les calculs 2D sans fuites seront effectués sur des quarts de coeur avec des conditions aux limites de réflexion, ce qui n'est pas très pénalisant tant que l'on ne cherche pas à calculer la distribution des taux de fission.

Simulation des fuites axiales

Partant de la connaissance des laplaciens axiaux, il est possible de simuler les fuites neutroniques axiales sur le motif 2D en imposant \vec{B} .

Avec un modèle de fuites homogènes, le terme de fuites étant représenté par $D_B B^2$ (voir équation (3.32)), les coefficients de diffusion doivent être calculés au préalable, ce qui conduit à une procédure complexe mise en oeuvre dans APOLLO-2. Le laplacien B^2 est disponible par interpolation de la distribution axiale des taux de fission donnée par TRIPOLI-4.

Cependant, le modèle de fuites hétérogènes d'APOLLO-3 permet de résoudre directement (3.8). Dès lors, il n'est plus nécessaire de passer par le calcul des coefficients de diffusion et le problème est directement traité en imposant $\vec{B} = \sqrt{B^2} \hat{e}_z$.

Dans l'état actuel du code, le coeur doit être traité en entier car les fuites hétérogènes ne sont programmées que pour des conditions aux limites de translation, bien qu'en théorie aucune restriction ne s'impose sur la réduction de domaine puisque \vec{B} est orthogonal au motif calculé (voir Tommasi (2015)). Ceci doublé du fait que les équations correspondantes ne disposent pas encore de méthodes d'accélération, les temps de calcul sont encore très restrictifs (3 à 4 jours). Remarquons que la condition aux limites de translation n'a aucune raison physique d'être mais ne devrait pas être très pénalisante étant donnée l'épaisseur du réflecteur (les neutrons ne sont pas réinjectés dans le système).

Les résultats sont présentés dans le tableau 5.18.

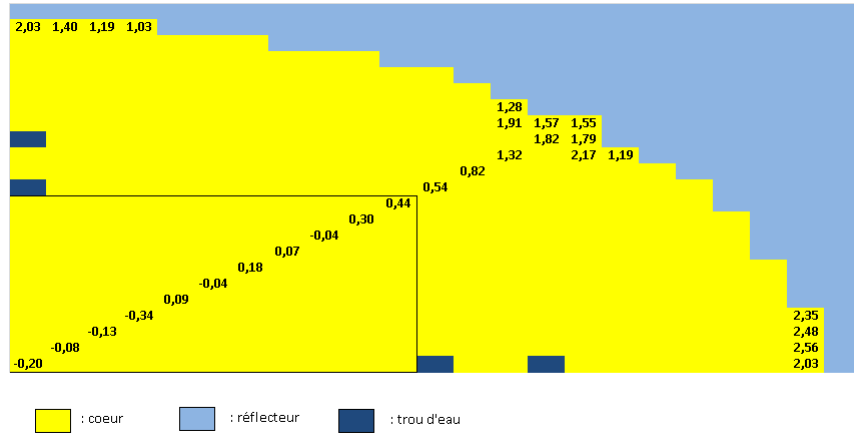
	TRIPOLI-4	APOLLO-2	APOLLO-3
K_{eff}	$1,00382 \pm 2 \text{ pcm}$	1,00463	1,00268
$\Delta\rho \text{ (pcm)}$	/	+81	-113

Tableau 5.18 UH1.2-Réf. avec fuites axiales : K_{eff}

On observe un bon accord entre les différents codes. Remarquons que l'introduction des fuites axiales fait augmenter l'écart entre APOLLO-2 et TRIPOLI-4 qui passe de -21 à +81 pcm. En revanche, APOLLO-3 est totalement cohérent entre les deux cas puisque la valeur propre est sous-estimée d'environ 100 pcm à chaque fois : l'effet des fuites est calculé très précisément. En ce qui concerne les taux de fission, l'écart relatif entre la distribution calculée par APOLLO-3 (avec fuites hétérogènes) et TRIPOLI-4

$$\Delta_r = 100 \frac{T_{\text{fiss}}^{\text{AP3}} - T_{\text{fiss}}^{\text{T4}}}{T_{\text{fiss}}^{\text{T4}}} \quad (5.13)$$

est donné sur la figure 5.12. La normalisation est faite sur les 11 cellules centrales pour lesquelles l'écart est donné (zone délimitée par les traits noirs). On constate un bon accord sur les taux calculés puisque l'écart est inférieur à 0,3% dans la zone centrale. Il peut atteindre 2,6% dans les mailles les plus éloignées du centre au contact du réflecteur.

Figure 5.12 UH1.2-Réf. avec fuites axiales : taux de fission (Δ_r)

5.4.2 Vidange de la zone centrale

Le même coeur est calculé avec différents niveaux de vidange des 7x7 cellules centrales. En pratique, cela est fait en augmentant la taille de la surgaine. Les fuites axiales augmentant,

la concentration en bore du modérateur est réduite de façon à conserver un réacteur critique. Trois configurations sont étudiées, que l'on note « Vid30 », « Vid50 » et « Vid100 ». Dans la dernière, le modérateur de la zone vidangée est remplacé par un bloc d'aluminium.

Pour le calcul d'autoprotection, un motif supplémentaire est modélisé de façon à prendre en compte la variation du spectre dans et autour de la zone vidangée.

Les valeurs propres calculées avec ou sans fuites axiales et comparées aux résultats d'APOLLO-2 et TRIPOLI-4 sont données dans les tableaux 5.19, 5.20 et 5.21.

		TRIPOLI-4	APOLLO-2	APOLLO-3
$\vec{B} = \vec{0}$	K_{eff}	$1,05118 \pm 2 \text{ pcm}$	1,05094	1,04983
	$\Delta\rho \text{ (pcm)}$	/	-21	-122
$\vec{B} = \sqrt{B^2} \hat{e}_z$	K_{eff}	$1,00387 \pm 2 \text{ pcm}$	1,00480	1,00277
	$\Delta\rho \text{ (pcm)}$	/	+93	-109

Tableau 5.19 UH1.2-Vid30 : K_{eff}

		TRIPOLI-4	APOLLO-2	APOLLO-3
$\vec{B} = \vec{0}$	K_{eff}	$1,05203 \pm 2 \text{ pcm}$	//	1,05069
	$\Delta\rho \text{ (pcm)}$	/	//	-121
$\vec{B} = \sqrt{B^2} \hat{e}_z$	K_{eff}	$1,00417 \pm 2 \text{ pcm}$	1,00519	1,00299
	$\Delta\rho \text{ (pcm)}$	/	+101	-117

Tableau 5.20 UH1.2-Vid50 : K_{eff}

		TRIPOLI-4	APOLLO-2	APOLLO-3
$\vec{B} = \vec{0}$	K_{eff}	$1,05384 \pm 2 \text{ pcm}$	1,05372	1,05261
	$\Delta\rho \text{ (pcm)}$	/	-10	-111
$\vec{B} = \sqrt{B^2} \hat{e}_z$	K_{eff}	$1,00483 \pm 2 \text{ pcm}$	1,00682	1,00468
	$\Delta\rho \text{ (pcm)}$	/	+197	-15

Tableau 5.21 UH1.2-Vid100 : K_{eff}

On remarque sur les calculs sans fuites que l'effet de vidange quel qu'il soit est bien calculé avec APOLLO-3 puisque les écarts en réactivité avec TRIPOLI-4 de toutes les configurations sont sensiblement identiques.

On constate également que le modèle de fuites hétérogènes d'APOLLO-3 est pertinent pour prendre en compte les fuites axiales. Ces fuites sont, comme pour le cas de référence, très bien calculées sur les configurations « Vid30 » et « Vid50 ». Sur la configuration « Vid100 », l'introduction des fuites fait augmenter l'écart en réactivité APOLLO-3/TRIPOLI-4 de 100 pcm environ, contre 200 pcm avec la procédure d'APOLLO-2. Le fait que le K_{eff} du cas avec fuites axiales soit plus proche de la référence par rapport au cas sans fuites provient de l'erreur que l'on commet sur le calcul de cellule.

Notons que les effets d'interfaces proches du réflecteur axial (modélisé dans TRIPOLI-4) ne sont pas pris en compte avec APOLLO-2 et 3.

Sur les figures 5.13, 5.14, et 5.15 sont représentés les écarts relatifs sur la distribution des taux de fission entre APOLLO-3 et TRIPOLI-4 pour les différentes configurations vidangées avec fuites axiales (normalisation dans la zone centrale délimitée par les traits noirs).

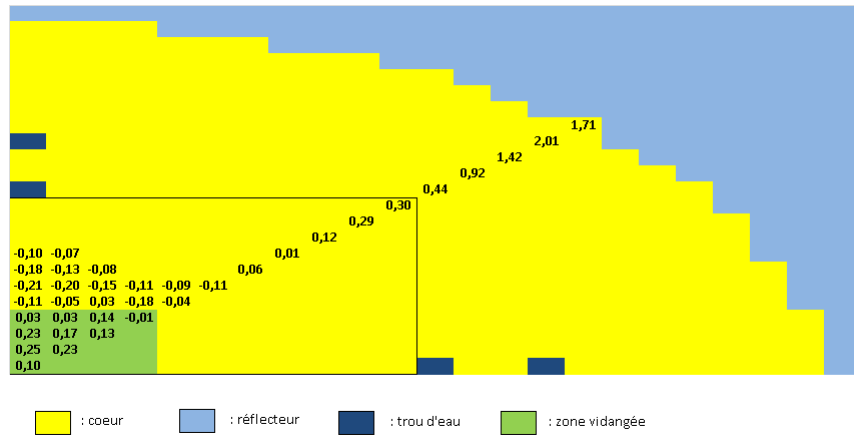


Figure 5.13 UH1.2-Vid30 avec fuites axiales : taux de fission (Δ_r)

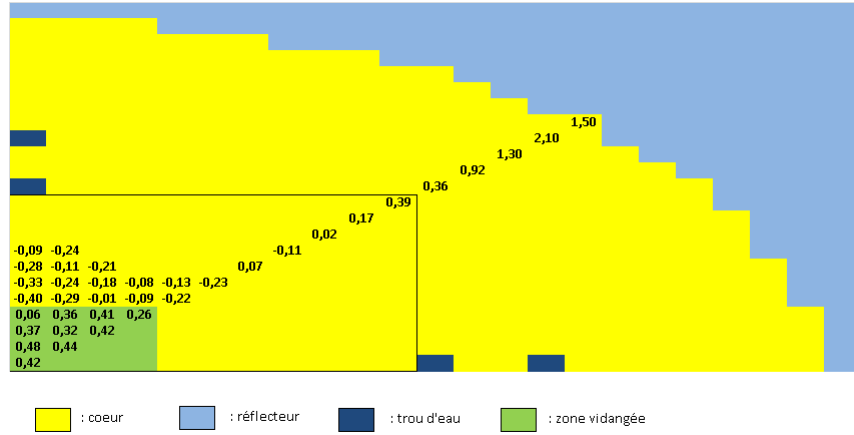


Figure 5.14 UH1.2-Vid50 avec fuites axiales : taux de fission (Δ_r)

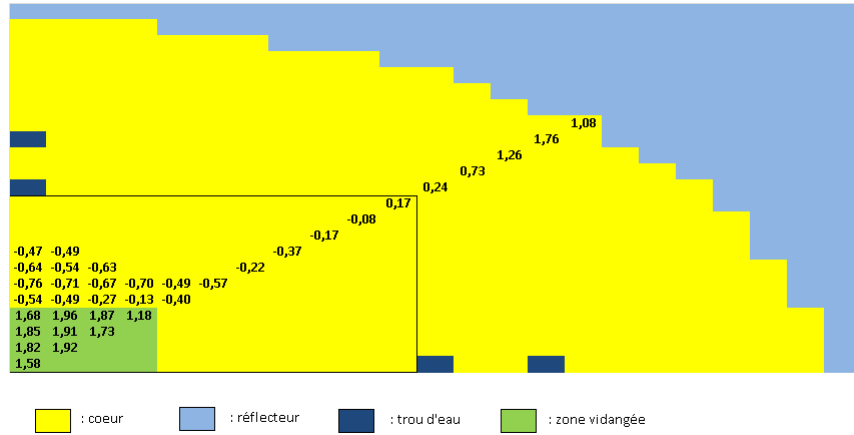


Figure 5.15 UH1.2-Vid100 avec fuites axiales : taux de fission (Δ_r)

On constate que plus le coeur est vidangé, plus les écarts relatifs sur les taux de fission sont importants dans et autour de la zone vidangée. Dans le pire des cas (configuration « Vid100 »), les écarts sont néanmoins inférieurs à 2% dans la zone vidangée et à 1% dans la partie centrale en eau du coeur, ce qui reste acceptable.

Il est probable que, dans ce dernier cas, les écarts proviennent du fait que le laplacien axial est normalement plus important dans la zone vidangée que dans le reste du coeur ($\Delta B^2 \approx 1,6\%$). L'équation (3.8) ne permettant pas de variabilité spatiale de \vec{B} , nous avons imposé le laplacien le plus faible (celui de la zone non vidangée) ce qui conduit à une sous-estimation du taux de fuites au centre.

Le modèle de fuites hétérogènes d'APOLLO-3 donne néanmoins de bons résultats pour l'in-

interprétation d'UH1.2 avec une procédure plus simple que celle mise en oeuvre avec un modèle homogène.

5.5 Conclusions

Nous avons vu qu'APOLLO-3 a la capacité de résoudre l'équation pour le flux fondamental (3.8) de manière exacte, ce qui constitue une nouveauté. Un modèle de recherche de laplacien critique a également été développé dans le code.

Nous avons constaté que, si le modèle de fuites hétérogènes résultant n'a pas un impact significatif sur la distribution spatiale et spectrale du flux dans la cellule, le courant de fuites qui est calculé est pertinent pour homogénéiser et condenser la section efficace de transfert d'ordre 1. Nous avons alors montré qu'il en résulte une amélioration du calcul des taux de fuites, et donc de la valeur propre, sur des géométries simples. L'impact sur la distribution des neutrons dans le coeur n'est pas très significatif, sauf pour des géométries dans lesquelles les neutrons « fuient » d'une zone à l'autre, comme c'est le cas lors d'une vidange partielle.

En présence d'un réflecteur, l'amélioration qu'apporte le calcul du courant de fuites exact est moins probante car les fuites sont plus faibles. Cependant, une méthode d'homogénéisation / condensation des sections de transfert par les moments du flux a été étudiée et s'est montrée efficace pour calculer les paramètres des réflecteurs (voir annexe B).

Les comparaisons faites entre le modèle de fuites « exact » d'APOLLO-3 et le modèle approché TIBERE-2 de DRAGON-3 ont montré que ces deux modèles donnent des résultats très similaires. L'impact en réactivité est même quantitativement identique d'après la partie 5.3.5, ce qui suggère que le modèle approché est suffisant. Signalons cependant qu'il n'est a priori pas plus difficile de résoudre l'équation exacte (3.8) qui comporte deux équations que le système (3.57) (ou son équivalent avec la MOC) qui en comporte quatre.

Enfin, le traitement exact du terme de fuites permet avec APOLLO-3 d'interpréter avec succès la configuration UH1.2 du programme EPICURE.

Signalons cependant que, dans l'état actuel du code APOLLO-3, le modèle de fuites hétérogènes n'est pas encore compétitif car des développements doivent être faits pour le rendre compatible avec les méthodes d'accélération classiques. Par ailleurs, des contraintes supplémentaires sur les propriétés de symétrie en regard de la direction de \vec{B} doivent être prises en compte car elles influent sur la taille du motif à calculer. Cela peut avoir un impact si des directions de fuites privilégiées existent et que la direction de \vec{B} ne peut pas être choisie de manière « pratique ».

CHAPITRE 6 CONCLUSION

Nous nous sommes attachés dans le présent mémoire à démontrer l'intérêt d'un modèle de fuites hétérogènes par rapport à un modèle homogène pour la génération des sections efficaces et des coefficients de diffusion utiles au calcul de coeur.

La première phase de ce travail a été de développer les équations des différents modèles afin de relever les approximations qu'ils soutendent. En particulier, nous nous sommes intéressés au modèle approché TIBERE de DRAGON-3 pour la méthode des probabilités de première collision et au modèle « exact » d'APOLLO-3 pour la méthode des caractéristiques, ce choix tenant au fait que la première partie de la maîtrise s'est déroulée à l'IGN de Montréal et la seconde au CEA de Cadarache. Ces modèles ont ensuite été utilisés pour simuler des fuites neutroniques sur des assemblages de RNR-Na et des cellules de REP.

L'étape de validation de la méthodologie employée pour le calcul des RNR-Na a permis de souligner des insuffisances sur la finesse du maillage énergétique à 315 groupes et sur le traitement de l'autoprotection des résonnances avec la méthode de Stamm'ler. Nous avons cependant été capables de calculer un réacteur rapide avec des marges d'erreurs raisonnables, ce qui a permis de mettre en exergue les différences entre modèles de fuites.

Nous avons ainsi montré que le modèle TIBERE ne permet pas d'amélioration significative du calcul des sections efficaces homogénéisées et condensées, ce qui s'explique par le fait que la dépendance du spectre des neutrons au type de modèle de fuites est négligeable. En revanche, le modèle hétérogène présente un intérêt certain pour le calcul des coefficients de diffusion, ces derniers étant calculés à partir des courants directionnels locaux, qui permettent une meilleure représentation du taux de fuites. Cela est particulièrement vrai dans le cas de « clusters », le modèle de fuites homogènes étant incapable de rendre compte des effets de fuites entre les différents assemblages.

Nous avons ainsi mis en évidence que le modèle de fuites hétérogènes de DRAGON-3 donne de meilleurs résultats qu'un modèle de fuites homogènes pour calculer différentes géométries de coeurs de RNR-Na. Le gain que l'on observe est attribuable au calcul du taux de fuites, la distribution des taux de fission étant peu sensible au modèle de fuites.

Pour une raison que nous n'avons pas cherché à expliquer, il apparaît cependant que le traitement de l'assemblage fissile sans modèle de fuites est celui qui donne les meilleurs résultats.

En ce qui concerne le cas des réacteurs à eau légère, nous avons montré de même que le spectre des neutrons est peu sensible au modèle de fuites et donc que le modèle de fuites hétérogènes d'APOLLO-3 ne présente pas d'intérêt dans le cas d'une homogénéisation/condensation des sections efficaces par le flux scalaire. La question des coefficients de diffusion n'a pas été étudiée. Cependant, nous avons relevé que le traitement exact du terme de fuites avec le modèle de fuites hétérogènes permet le calcul du courant de fuites dans la cellule et que ce courant est pertinent pour homogénéiser/condenser la section efficace de transfert d'ordre 1.

De façon similaire à ce qui a été mis en évidence sur les réacteurs rapides, nous avons montré que cette fonctionnalité permet un gain pour le calcul du taux de fuites de géométries simplifiées de REP. La distribution du taux de fission est peu affectée par le modèle de fuites sauf si des gradients de flux locaux existent (zones vidangées par exemple). Dans ce cas, l'homogénéisation/condensation de $\Sigma_{s,1}$ par le courant de fuites donne de meilleurs résultats.

En présence d'un réflecteur, le gradient de flux étant moins prononcé, le calcul du courant de fuites sur la cellule est moins intéressant pour l'homogénéisation/condensation de $\Sigma_{s,1}$. Cependant, une méthode de génération des sections efficaces de transfert impliquant les moments du flux développée au CEA a été validée avec succès pour le calcul des réflecteurs.

Nous avons également souligné l'intérêt que peut représenter le traitement exact du terme de fuites avec la méthode des caractéristiques lors de l'interprétation à 2D de la configuration UH1.2 du programme expérimental EPICURE.

Nous voyons ainsi que les conclusions que l'on tire avec les deux modèles de fuites hétérogènes (modèle approché TIBERE et modèle « exact » avec la MOC) sont extrêmement similaires. Elles peuvent être résumées dans le fait que ces modèles permettent de calculer un courant représentatif des fuites qui est pertinent pour le calcul de certains paramètres directement reliés au taux de fuites, notamment le coefficient de diffusion et la section efficace de transfert $P1$. Nous avons d'ailleurs constaté sur des comparaisons entre APOLLO-3 et DRAGON/DONJON des effets quantitativement équivalents entre les deux modèles.

L'inconvénient de ces modèles hétérogènes est que le système à résoudre est plus complexe, ce qui engendre des temps de calcul plus élevés (voir annexe C). D'après Petrovic and Benoist (1997), la procédure du modèle TIBERE est environ deux fois plus longue que la procédure $B1$ homogène classique. Pour le modèle de fuites hétérogènes d'APOLLO-3, nous avons constaté des temps de calcul significativement plus élevés mais qui ne sont pas significatifs étant donné l'absence de méthodes d'accélération compatibles avec le système. Des travaux sont en cours au CEA de Saclay pour développer une telle méthode. La procédure restera néanmoins plus

coûteuse à cause des restrictions déjà mentionnées qui pèsent sur la géométrie du motif qui peut être calculé, restrictions qui sont toutefois levées si \vec{B} lui est orthogonal.

Néanmoins, la puissance accrue des ordinateurs et les progrès qui ont été faits dans le domaine de la simulation numérique rendent aujourd'hui très compétitifs ces modèles de fuites hétérogènes en regard de l'amélioration des résultats qu'ils permettent.

Les études effectuées dans ce mémoire montrent donc qu'un modèle de fuites hétérogènes est en mesure d'apporter une plus-value par rapport à un modèle homogène pour le calcul des réacteurs à neutrons rapides comme à eau légère. La qualité de certains des résultats présentés pourrait cependant être encore significativement améliorée au prix d'une étude d'optimisation des schémas de calcul, que nous pensons souhaitable.

Pour les RNR-Na, cela passerait par exemple par la génération d'une bibliothèque de sections efficaces à 1968 groupes ou par des passerelles entre codes pour permettre le calcul d'auto-protection avec une méthode de sous-groupes (disponible dans DRAGON-4) et le calcul de flux avec le modèle TIBERE de DRAGON-3. Des comparaisons entre le modèle de fuites hétérogènes de DRAGON-4 (type ECCO) et le modèle TIBERE pourraient également être effectuées pour compléter ce travail.

Pour les réacteurs à eau, une étude visant à améliorer le calcul des sections efficaces auto-protégées pour la cellule vidangée pourrait également être entreprise.

Enfin, un cadre plus précis pour le calcul d'éléments sous-critiques ou non multiplicateurs mériterait d'être élaboré puisque les géométries modélisées ne sont parfois pas totalement satisfaisantes.

RÉFÉRENCES

- D. J. Behrens, “The effect of holes in a reacting material on the passage of neutrons”, *Proceedings of the Physical Society. Section A*, vol. 62, no. 10, pp. 607–616, 1949.
- G. I. Bell et S. Glasstone, “Nuclear Reactor Theory”, Division of Technical Information, US Atomic Energy Commission, Rapp. tech., 1970.
- P. Benoist, “Formulation générale et calcul pratique du coefficient de diffusion dans un réseau comportant des cavités”, *Journal of Nuclear Energy. Part A. Reactor Science*, vol. 13, no. 3–4, pp. 97 – 111, 1961.
- P. Benoist, “A simple model for the calculation of the sodium-voiding effect on neutron leakages in a fast reactor lattice. I. Formalism”, *Nuclear Science and Engineering*, vol. 86, no. 1, pp. 22–40, 1984.
- P. Benoist, “Homogenization theory in reactor lattices”, CEA Centre d’Etudes Nucléaires de Saclay, 91-Gif-sur-Yvette (France). Inst. de Recherche Technologique et de Développement Industriel (IRDI), Rapp. tech., 1986.
- P. Benoist, J. Mondot, et I. Petrovic, “Calculational and experimental investigations of void effect - A simple theoretical model for space-dependent leakage treatment of heterogeneous assemblies”, *Nuclear Science and Engineering*, vol. 118, no. 4, pp. 197–216, 1994.
- D. Blanchet, L. Buiron, N. Stauff, T. Kim, et T. Taiwo, “AEN–WPRS sodium fast reactor core definitions”, Tech. Rep. version 1.2–September 19th, CEA and Argonne National Laboratory, Rapp. tech., 2011.
- R. Bonalumi, “Rigorous homogenized diffusion theory parameters for neutrons”, *Nuclear Science and Engineering*, vol. 77, no. 2, pp. 219 – 29, 1981.
- V. Deniz, “The theory of neutron leakage in reactor lattices”, CRC Press, 1986, vol. II, pp. 409 – 508.
- E. Gelbard, “Streaming in lattices”, dans *Advances in Nuclear Science and Technology*, Springer US, 1983, vol. 15, pp. 223–400.
- L. Graziano, “Buckling equations in the method of characteristics framework for the neutron transport”, Politecnico di Torino, CEA Cadarache, Rapp. tech., 2015.

M. Grimstone, “Methods for the calculation of streaming corrected diffusion coefficients for pin and plate cells in fast reactors”, dans *Proc. Specialist’s Mtg. on Homogenization Methods in Reactor Physics. Lugano, Switzerland*. IAEA TECDOC-231, 1978.

M. Grimstone, J. Tullett, et G. Rimpault, “Accurate treatments of fast reactor fuel assembly heterogeneity in the ECCO cell code”, dans *The physics of reactors : operation, design and computation. Volume 2*, 1990.

A. Hébert et G. Marleau, “Generalization of the Stamm’ler method for the self-shielding of resonant isotopes in arbitrary geometries”, *Nuclear Science and Engineering*, vol. 108, no. 3, pp. 230–239, 1991.

A. Hébert et A. Santamarina, “Refinement of the Santamarina-Hfaiedh energy mesh between 22.5 eV and 11.4 keV”, dans *International Conference on the Physics of Reactors, Interlaken, Switzerland*, 2008.

N. Hfaiedh, “Nouvelle méthodologie de calcul de l’absorption résonnante”, Thèse de doctorat, Strasbourg 1, 2006.

A. Hébert et A. Kavenoky, “Development of the SPH homogenization method”, dans *ANS/ENS - International topical meeting on advances in mathematical methods for nuclear engineering problems. Munich, RFA*. CEA Centre d’Etudes Nucléaires de Saclay, 1981.

A. Hébert et G. Mathonnière, “Development of a third-generation superhomogeneisation method for the homogenization of a pressurized water reactor assembly”, *Nuclear Science and Engineering*, vol. 115, no. 2, pp. 129–141, 1993.

A. Hébert, *Applied Reactor Physics*. Presses internationales Polytechnique, 2009.

A. Kavenoky, “The SPH homogenization method”, dans *Proc. Specialist’s Mtg. on Homogenization Methods in Reactor Physics. Lugano, Switzerland*. IAEA TECDOC-231, 1978.

P. Kohler, “A new definition of the cell diffusion coefficient”, *Nucl. Sci. Eng. (USA)*, vol. 57, no. 4, pp. 333 – 5, 1975.

E. Larsen, “Neutron transport and diffusion in inhomogeneous media. I”, *Journal of Mathematical Physics*, vol. 16, no. 7, pp. 1421–1427, 1975.

D. Leslie, “The weighting of diffusion coefficients in cell calculations”, *Journal of Nuclear Energy*, vol. 16, no. 1, pp. 1–11, 1962.

G. Marleau, “Coherent anisotropic scattering homogenization in the B1 leakage model”, dans *M&C-1999 Conference on Mathematics and Computation, Reactor Physics and Environmental Analysis in Nuclear Applications, Madrid, Spain*, 1999.

G. Marleau et E. Varin, “Transport analyses of 2-D CANDU diffusion calculations”, *Proceedings of M&C*, 2003.

J. Mondot, “Détermination de constantes équivalentes pour les calculs de diffusion aux différences finies”, dans *Proc. Specialist’s Mtg. on Homogenization Methods in Reactor Physics. Lugano, Switzerland*. IAEA TECDOC-231, 1978.

I. Petrovic, P. Benoist, et G. Marleau, “A quasi-isotropic reflecting boundary condition for the TIBERE heterogeneous leakage model”, *Nuclear Science and Engineering*, vol. 122, no. 2, pp. 151–166, 1996.

I. Petrovic et P. Benoist, “Bn theory : Advances and new models for neutron leakage calculation”, dans *Advances in Nuclear Science and Technology*. Springer US, 1997, vol. 24, pp. 223–282.

P. Reuss, *Précis de neutronique*. EDP Sciences, 2003.

G. Rimpault, J. Vidal, et W. Van-Rooijen, “Neutron leakage treatment in reactor physics : Consequences for predicting core characteristics”, dans *PHYSOR 2014 - The Role of Reactor Physics toward a Sustainable Future*, Kyoto, Japan, 2014.

R. Roy, A. Hébert, et G. Marleau, “Consistent Bn theory for slab lattices”, *Nuclear Science and Engineering*, vol. 115, no. 2, pp. 112–128, 1993.

D. Sciannandrone, “Acceleration and higher order schemes of a characteristic solver for the solution of the neutron transport equation in 3D axial geometries”, Thèse de doctorat, Université Paris Sud-Paris XI, 2015.

F. Simon, “Validation de la méthode SPM pour l’autoprotection des résonances”, Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, 2011.

J. Tommasi, “Heterogeneous Bn equations and symmetries”, *Annals of Nuclear Energy*, vol. 85, no. 0, pp. 145 – 158, 2015.

T. Trahan et W. Larsen, “An asymptotic, homogenized, anisotropic, multigroup diffusion approximation to the neutron transport equation”, dans *PHYSOR 2014 - The Role of Reactor Physics toward a Sustainable Future*, Kyoto, Japan, 2014.

W. Van-Rooijen et G. Chiba, “Diffusion coefficients for LMFBR cells calculated with MOC and Monte Carlo methods”, *Annals of Nuclear Energy*, vol. 38, no. 1, pp. 133–144, 2011.

J. Vidal, P. Archier, A. Calloo, P. Jacquet, J. Tommasi, et R. Le Tellier, “An improved energy-collapsing method for core-reflector modelization in SFR core calculations using the PARIS platform”, American Nuclear Society, Inc., 555 N. Kensington Avenue, La Grange Park, Illinois 60526 (United States), Rapp. tech., 2012.

M. Williams, “Anisotropic diffusion coefficients and the streaming problem in slab lattices : a new approach”, *Progress in Nuclear Energy*, vol. 71, no. 0, pp. 89 – 116, 2014.

ANNEXE A Probabilités de première collision pour TIBERE 2

Le modèle TIBERE 2 repose sur le calcul du flux en théorie des probabilités de collisions pour une cellule isolée.

Soient i et j deux milieux de la cellule considérée. Les probabilités de collision classiques sont données par

$$P_{ij} = \frac{\Sigma_j}{4\pi V_i} \int_{V_i} d^3 r' \int_{V_j} d^3 r \frac{e^{-\tau(|\vec{r}' - \vec{r}|)}}{|\vec{r}' - \vec{r}|^2} \quad (\text{A.1})$$

où la première intégrale porte sur le volume i de la cellule (et pas de la réunion des cellules identiques).

Les probabilités de fuites P_{iS} , de pénétration P_{Sj} et de transmission P_{SS} pour la surface S de la cellule valent, en notant \vec{N}_+ (resp. \vec{N}_-) la normale unitaire sortante (resp. entrante) de la cellule :

$$P_{iS} = \frac{1}{4\pi V_i} \int_{V_i} d^3 r' \int_S d^2 r_f (\vec{\Omega} \cdot \vec{N}_+) \frac{e^{-\tau(|\vec{r}' - \vec{r}_f|)}}{|\vec{r}' - \vec{r}_f|^2} \quad (\text{A.2})$$

$$P_{Sj} = \frac{\Sigma_j}{\pi \xi_k S} \int_S d^2 r_f \int_{V_j} d^3 r (\vec{\Omega} \cdot \vec{N}_-) \frac{e^{-\tau(|\vec{r}_f - \vec{r}|)}}{|\vec{r}_f - \vec{r}|^2} \quad (\text{A.3})$$

et

$$P_{SS} = \frac{1}{\pi \xi_k S} \int_S d^2 r'_f \int_S d^2 r_f (\vec{\Omega} \cdot \vec{N}_+) (\vec{\Omega} \cdot \vec{N}_-) \frac{e^{-\tau(|\vec{r}_f - \vec{r}'_f|)}}{|\vec{r}_f - \vec{r}'_f|^2} \quad (\text{A.4})$$

On définit également les probabilités directionnelles

$$P_{ijk} = \frac{3\Sigma_j}{4\pi V_i} \int_{V_i} d^3 r' \int_{V_j} d^3 r \frac{e^{-\tau(|\vec{r}' - \vec{r}|)}}{|\vec{r}' - \vec{r}|^2} \Omega_k^2 \quad (\text{A.5})$$

$$P_{iSk} = \frac{3}{4\pi V_i} \int_{V_i} d^3 r' \int_S d^2 r_f (\vec{\Omega} \cdot \vec{N}_+) \frac{e^{-\tau(|\vec{r}' - \vec{r}_f|)}}{|\vec{r}' - \vec{r}_f|^2} \Omega_k^2 \quad (\text{A.6})$$

et

$$P_{Sjk} = \frac{3\Sigma_j}{\pi \xi_k S} \int_S d^2 r_f \int_{V_j} d^3 r (\vec{\Omega} \cdot \vec{N}_-) \frac{e^{-\tau(|\vec{r}_f - \vec{r}|)}}{|\vec{r}_f - \vec{r}|^2} \Omega_k^2 \quad (\text{A.7})$$

On note aussi :

$$P_{SSk} = \frac{3}{\pi \xi_k S} \int_S d^2 r'_f \int_S d^2 r_f (\vec{\Omega} \cdot \vec{N}_+) (\vec{\Omega} \cdot \vec{N}_-) \frac{e^{-\tau(|\vec{r}_f - \vec{r}'_f|)}}{|\vec{r}_f - \vec{r}'_f|^2} \Omega_k^2 \quad (\text{A.8})$$

On a enfin les probabilités qui apparaissent dans (3.57)

$$\hat{P}_{ij} = P_{ij} + P_{iS}P \quad (\text{A.9})$$

$$P_{ijk}^* = P_{ijk} + P_{iSk}P \quad (\text{A.10})$$

$$\hat{P}_{ijk} = P_{ijk} + P_{iSk}(1 - P_{SSk})^{-1}P_{Sjk} \quad (\text{A.11})$$

avec

$$P = (1 - P_{SS})^{-1}P_{Sj} \quad (\text{A.12})$$

ANNEXE B Homogénéisation et condensation par les moments du flux

Lors du stage effectué au CEA Cadarache, un travail de validation d'une nouvelle méthode d'homogénéisation/condensation des sections efficaces de transfert, développée par Vidal et al. (2012), a été réalisé.

Théorie

La méthode propose de condenser la section de transfert d'ordre l par les moments angulaires du flux. Afin d'éviter la définition de $2l+1$ sections efficaces, une minimisation par la technique des moindres carrés est effectuée. Une correction impliquant la section efficace totale est appliquée sur le transfert du groupe dans lui-même pour obtenir la formule

$$\begin{aligned} \Sigma_{s,l}^{G' \rightarrow G}(\vec{r}) = & \frac{\sum_{m=-l}^l \left(\phi_l^{m,G'}(\vec{r}) \sum_{g' \in G'} \sum_{g \in G} \Sigma_{s,l}^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) \phi_l^{m,g'}(\vec{r}) \right)}{\sum_{m=-l}^l \left(\sum_{g' \in G'} \phi_l^{m,g'}(\vec{r}) \right)^2} \\ & - \delta_{G,G'} \left(\frac{\phi_l^{m,G'}(\vec{r}) \sum_{g' \in G'} \Sigma^{g'}(\vec{r}) \phi_l^{m,g'}(\vec{r})}{\sum_{m=-l}^l \left(\sum_{g' \in G'} \phi_l^{m,g'}(\vec{r}) \right)^2} - \Sigma^{G'}(\vec{r}) \right) \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

avec

$$\phi_l^{m,g'}(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \, R_l^m(\vec{\Omega}) \phi^{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (\text{B.2})$$

le moment angulaire du flux associé à l'harmonique sphérique réelle $R_l^m(\vec{\Omega})$ (définie dans Hébert (2009)) et $\Sigma^{G'}$ la section efficace totale condensée par le flux scalaire dans le groupe G' (voir équation (2.65)).

Pour éviter une divergence numérique si $|\Sigma_{s,l}^{G' \rightarrow G}(\vec{r})| > \Sigma_{s,0}^{G' \rightarrow G}(\vec{r})$, on écrit :

$$\Sigma_{s,l}^{G' \rightarrow G}(\vec{r}) = \frac{\Sigma_{s,l}^{G' \rightarrow G}(\vec{r})}{|\Sigma_{s,l}^{G' \rightarrow G}(\vec{r})|} \Sigma_{s,0}^{G' \rightarrow G}(\vec{r}) \quad (\text{B.3})$$

La condensation peut être doublée d'une homogénéisation en espace.

Validations sur la traverse

Cette méthode a été validée sur la traverse en eau de la partie 5.3.1 avec éventuellement vidange des trois cellules centrales. Après le calcul TDT-MOC-281G, les sections efficaces sont homogénéisées individuellement sur chacune des 15 cellules de la traverse et condensées à 20 groupes. Lorsque la méthode de condensation par les moments du flux est utilisée, seule la section efficace de transfert $P1$ est homogénéisée/condensée par les harmoniques, les sections d'ordre supérieur ($P2$ et $P3$) étant générées avec le flux scalaire. Le calcul de traverse homogène est ensuite réalisé avec le solver IDT-SN.

On obtient les résultats présentés dans le tableau B.1 ainsi que la distribution du taux de fission pour la traverse vidangée sur la figure B.1.

		Réf. TDT-MOC-281G	IDT-SN-20G (AP3)	
			h/c ϕ	h/c ϕ_l^m
Traverse en eau	K_{eff}	0,99818	1,00173	0,99913
	$\Delta\rho$ (pcm)	/	+355	+96
Traverse vidangée	K_{eff}	0,90160	0,90536	0,90273
	$\Delta\rho$ (pcm)	/	+461	+139
Effet de vidange	Δ^{vid} (pcm)	-10 732	-10 626	-10 688
	$\Delta(\Delta^{\text{vid}})$ (pcm)	/	+106	+44

Tableau B.1 Traverse en eau et vidangée : K_{eff} et effet de vidange

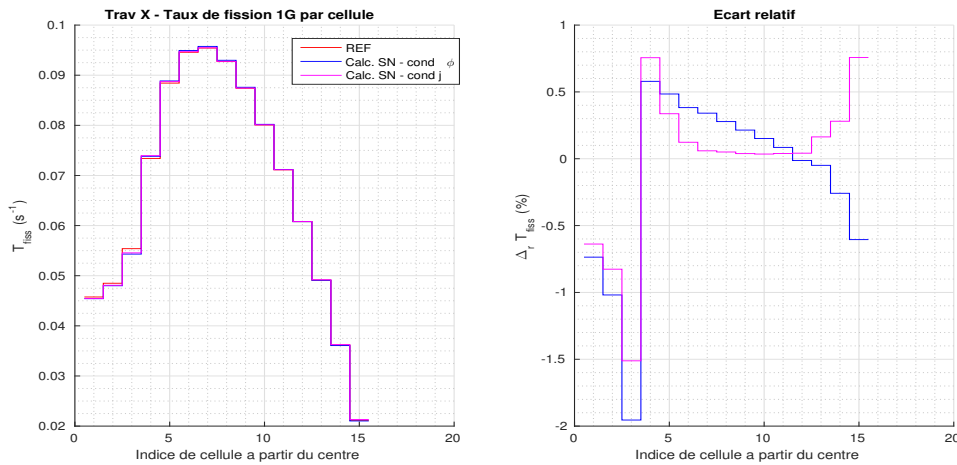


Figure B.1 Traverse vidangée : taux de fission

On voit que la méthode d'homogénéisation/condensation par les moments du flux améliore sensiblement l'estimation de la valeur propre, en configuration vidangée ou non, ainsi que le calcul de l'effet de vidange. On peut montrer, de façon identique à ce qui a été fait dans la partie 5.3.2, que ce gain s'explique par le meilleur calcul du taux de fuites (le taux d'absorption dans le coeur n'est pas très sensible à la méthode employée).

Cette méthode améliore également la distribution des fissions (courbe rose) et diminue les compensations entre les taux des zones en eau et vidangée. Le graphique pour la traverse en eau n'est pas présenté car, dans ce cas, l'amélioration est moins évidente.

Validations pour le réflecteur

La méthode présentée a également été validée pour le calcul du réflecteur de la partie 5.3.4. À l'issue du calcul TDT-MOC-281G, les sections efficaces sont homogénéisées individuellement sur chacune des 11 cellules combustibles et par tranches de 1,26 cm dans le réflecteur. Une condensation à 20 groupes est opérée. La géométrie homogène par morceaux est alors calculée avec le solveur IDT-SN. Les facteurs de multiplication correspondants sont reportés dans le tableau B.2.

	Réf. TDT-MOC-281G	IDT-SN-20G (AP3)	
		h/c ϕ	h/c ϕ_l^m
K_{eff}	1,01461	1,01656	1,01554
$\Delta\rho$ (pcm)	/	+189	+90

Tableau B.2 Traverse + réflecteur : K_{eff}

On voit que l'utilisation des moments du flux d'ordre 1 permet d'améliorer la précision sur la valeur propre avec un gain de 100 pcm. On peut montrer que ce gain porte sur le calcul du taux de fuites et que le taux d'absorption dans le coeur, la distribution des fissions et le spectre des neutrons sont peu affectés par la méthode employée.

Conclusions

La méthode d'homogénéisation/condensation des sections efficaces de transfert donne de bons résultats. Elle permet notamment de calculer les propriétés du réflecteur. Remarquons que cette méthode n'a de sens que si un courant est présent dans la géométrie : c'est le cas des traverses calculées et on peut imaginer qu'elle puisse être employée pour l'homogénéisation partielle d'un assemblage.

		Temps de calcul	Commentaires
DRAGON-3 (P_{ij})	$B1-Hom$	1	/
	$B1-Het$ (TIBERE)	2	Calcul de probabilités orientées. 4 équations.
APOLLO-3 (MOC)	$B1-Hom$	1	/
	$B1-Het$	4 ou 5	Temps non significatifs car algorithme non accéléré (cf. équation pour le flux antisymétrique). S'attendre à un facteur 2 plutôt (2 équations).

Tableau C.1 Temps de calculs relatifs des différentes methodes

Note : les temps de calculs sont comparés séparément pour chaque code. La valeur arbitraire 1 est attribuée à la procédure classique de calcul de flux avec modèle de fuites homogènes pour la recherche de laplacien critique.

ANNEXE D Maillages énergétiques

Maillage 33 groupes (ECCO) - Nombre de groupes condensés depuis les bibliothèques à 172 et 315 groupes

G	Limite sup. (eV)	Limite inf. (eV)	Nbr de groupes condensés		G	Limite sup. (eV)	Limite inf. (eV)	Nbr de groupes condensés	
			Bib. 172g	Bib. 315g				Lib. 172g	Lib. 315g
1	20,00000.10 ⁶	10,00000.10 ⁶	5	4	18	3,354626.10 ³	2,034684.10 ³	2	7
2	10,00000.10 ⁶	6,065307.10 ⁶	3	5	19	2,034684.10 ³	1,234098.10 ³	3	4
3	6,065307.10 ⁶	3,678794.10 ⁶	3	4	20	1,234098.10 ³	7,485183.10 ²	3	6
4	3,678794.10 ⁶	2,231302.10 ⁶	3	4	21	7,485183.10 ²	4,539993.10 ²	2	9
5	2,231302.10 ⁶	1,353353.10 ⁶	3	4	22	4,539993.10 ²	3,043248.10 ²	2	7
6	1,353353.10 ⁶	8,208500.10 ⁵	5	5	23	3,043248.10 ²	1,486254.10 ²	2	25
7	8,208500.10 ⁵	4,978707.10 ⁵	3	4	24*	1,486254.10 ²	9,166088.10 ¹	2*	18*
8	4,978707.10 ⁵	3,019738.10 ⁵	3	5	25*	9,166088.10 ¹	6,790405.10 ¹	2*	8*
9	3,019738.10 ⁵	1,831564.10 ⁵	3	4	26*	6,790405.10 ¹	4,016900.10 ¹	5*	23*
10	1,831564.10 ⁵	1,110900.10 ⁵	2	4	27*	4,016900.10 ¹	2,260329.10 ¹	6*	13*
11	1,110900.10 ⁵	6,737947.10 ⁴	2	3	28*	2,260329.10 ¹	1,370959.10 ¹	3*	12*
12	6,737947.10 ⁴	4,086771.10 ⁴	2	3	29*	1,370959.10 ¹	8,315287	4*	10*
13	4,086771.10 ⁴	2,478752.10 ⁴	4	6	30*	8,315287	4,000000	6*	15*
14	2,478752.10 ⁴	1,503439.10 ⁴	2	4	31*	4,000000	5,400000.10 ⁻¹	45*	53*
15	1,503439.10 ⁴	9,118820.10 ³	2	4	32*	5,400000.10 ⁻¹	1,000000.10 ⁻¹	18*	16*
16	9,118820.10 ³	5,530844.10 ³	2	5	33*	1,000000.10 ⁻¹	1,000000.10 ⁻⁵	17*	16*
17	5,530844.10 ³	3,354626.10 ³	3	5					

Note : les groupes indicés d'une * sont les groupes qui sont condensés ensembles pour le maillage à 24 groupes.

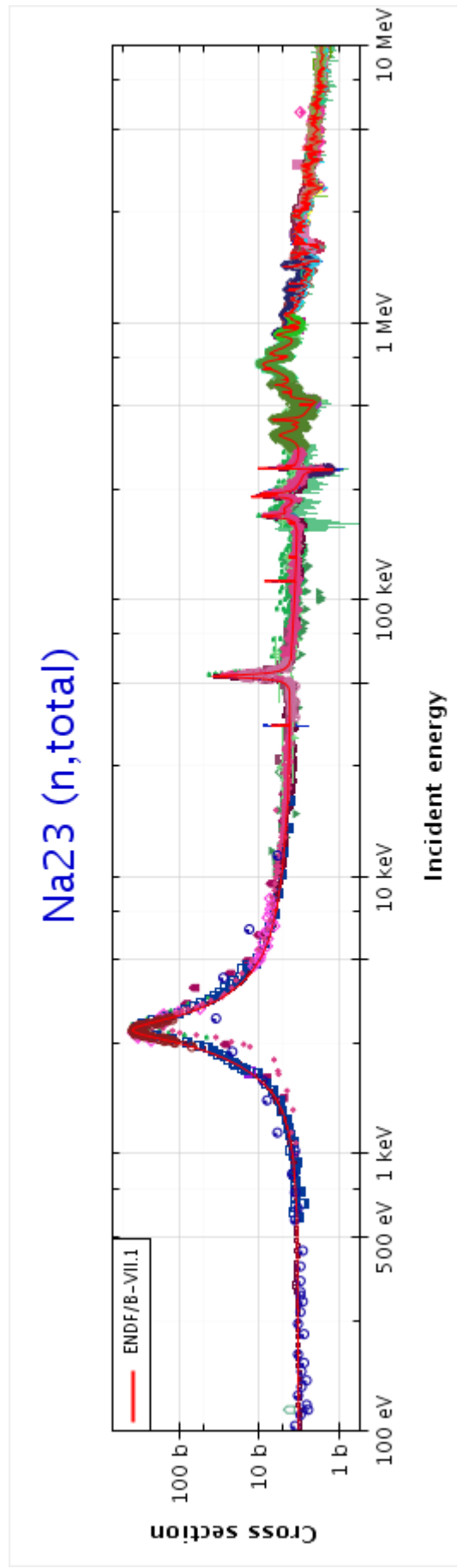
Maillage 20 groupes

G	Limite sup. (eV)	Limite inf. (eV)	G	Limite sup. (eV)	Limite inf. (eV)
1	19,64033.10 ⁶	6,065307.10 ⁶	11	7,485180.10 ²	2,417960.10 ²
2	6,065307.10 ⁶	2,231302.10 ⁶	12	2,417960.10 ²	1,327010.10 ²
3	2,231302.10 ⁶	1,162049.10 ⁶	13	1,327010.10 ²	8,895190.10 ¹
4	1,162049.10 ⁶	4,940020.10 ⁵	14	8,895190.10 ¹	4,016900.10 ¹
5	4,940020.10 ⁵	1,950080.10 ⁵	15	4,016900.10 ¹	2,252430.10 ¹
6	1,950080.10 ⁵	6,737947.10 ⁴	16	2,252430.10 ¹	1,404960.10 ¹
7	6,737947.10 ⁴	2,499500.10 ⁴	17	1,404960.10 ¹	4,000000
8	2,499500.10 ⁴	9,118820.10 ³	18	4,000000	5,200120.10 ⁻¹
9	9,118820.10 ³	1,345060.10 ³	19	5,200120.10 ⁻¹	1,042980.10 ⁻¹
10	1,345060.10 ³	7,485180.10 ²	20	1,042980.10 ⁻¹	1,000000.10 ⁻⁵

Maillage 8 groupes

G	Limite sup. (eV)	Limite inf. (eV)	G	Limite sup. (eV)	Limite inf. (eV)
1	19,64033.10 ⁶	4,940020.10 ⁵	5	4,000000	1,250940
2	4,940020.10 ⁵	9,118820.10 ³	6	1,250940	6,250000.10 ⁻¹
3	9,118820.10 ³	5,267260.10 ¹	7	6,250000.10 ⁻¹	1,100000.10 ⁻⁴
4	5,267260.10 ¹	4,000000	8	1,100000.10 ⁻⁴	1,000000.10 ⁻⁵

ANNEXE E Section efficace microscopique totale du Na23



Graphique obtenu avec JANIS version web (données ENDF/B-VII).